

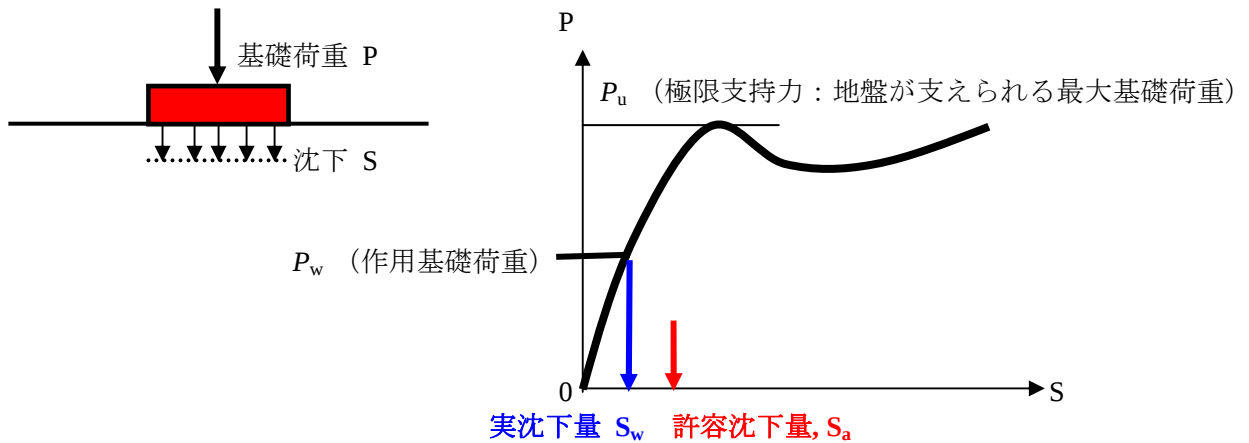
第10章 支持力

基礎の設計における二つの目標

次の二つの条件を満たすように設計する。

- 1) 基礎の荷重によって地盤が破壊しないこと。

$$\frac{P_u}{P_w} = SF \geq (SF)_{\text{specified}} \quad \text{であることを確認する。}$$



- 2) 基礎の変位が、基礎の機能を阻害しない程度に小さいこと。すなわち、

$$S_w \text{ (実荷重による基礎の沈下)} < S_a \text{ (構造物の使用目的から決まる許容沈下)}$$

であることを確認する。

- 注) 1. 許容沈下量： 基礎が支える上部構造物（橋梁、建物等）が必要な機能が発揮できる限界の沈下量
2. ここでは、沈下量で基礎の変位量を代表させているが、実際には、基礎の回転量（傾斜量）、水平変位量も問題になることが多い。
3. また、我が国では、地震時の基礎の変位が設計の最も重要な設計要因になることが多い。

以下では、

P_u （極限支持力）：本章で求め方を勉強する。

S_w （実荷重による基礎の沈下）の予測には、土の複雑な応力ひずみ関係の知識と地中応力の求め方が必要。学部ではやらない（大学院で教える）。

- 通常、十分大きな安全率があれば $S_w < S_a$ を満足できると仮定している。つまり、実際には多くの場合 S_w の大きさが問題になるが、実務設計では「実際には生じる可能性が低い地盤の極限破壊」を想定して P_u を計算するが、 S_w は計算しない。
- 大型橋梁等では S_w を計算する。

基礎荷重による地盤の破壊の仕方

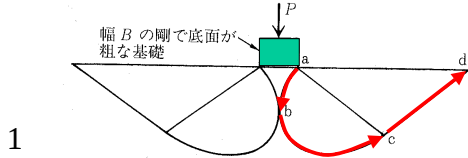
実際の土（地盤材料）の変形・強度特性と地盤の挙動：

1) 地盤内にすべり層が発生する前：

土の変形・強度特性には強い非線形（ひずみと圧力に関して）があり、弾性・塑性・粘性が入り混じり、また異方的でもある。

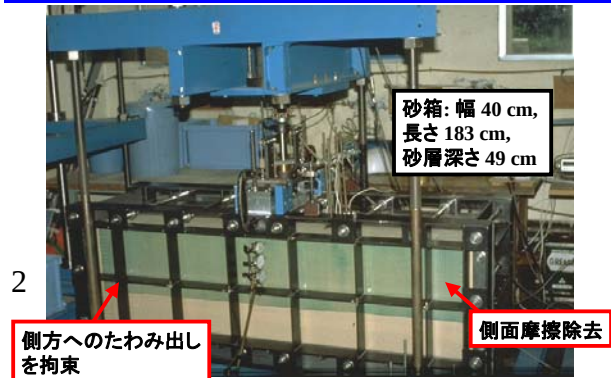
2) 地盤が破壊しようとするとき、すべり層全体は瞬時に完成しない。

- ・ $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$ とすべり層が進展して行く。その途中で、基礎荷重 P が最大値を示す。
- ・ 地盤の破壊は、多かれ少なかれ常に進行的であり、土のピーク強度はすべり層全体に沿って同時には、決して発揮されない。これは、土は剛-完全塑性ではなく、ひずみ硬化してピーク強度を発揮し、その後ひずみ軟化するからである。
- また、すべり層には粒子径に比例した厚さがあるため、粒子径効果がある。



1

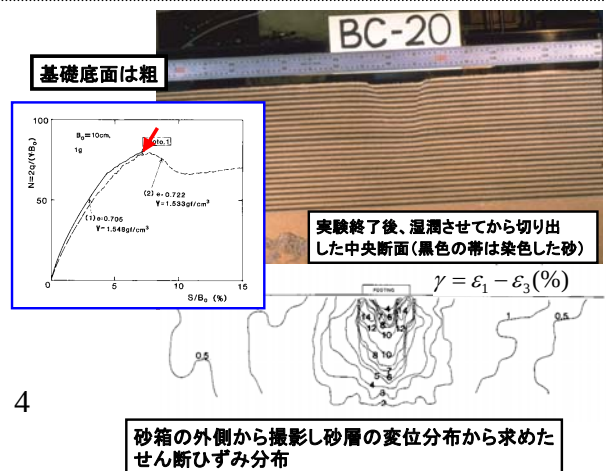
平面ひずみ状態での模型支持力実験 (空気乾燥豊浦砂; 基礎幅 $B_0 = 10$ cm, 1 g 試験)



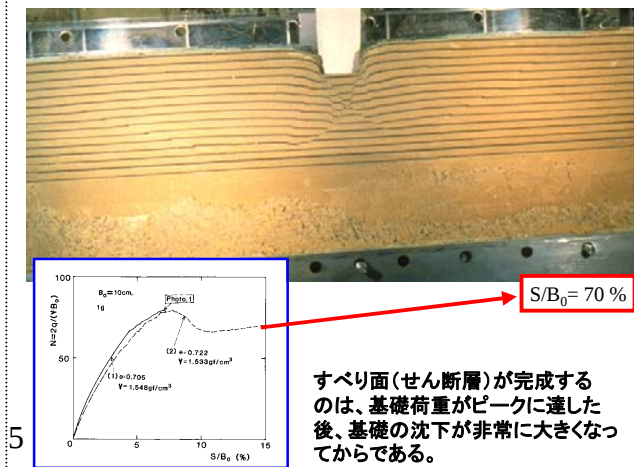
2



3



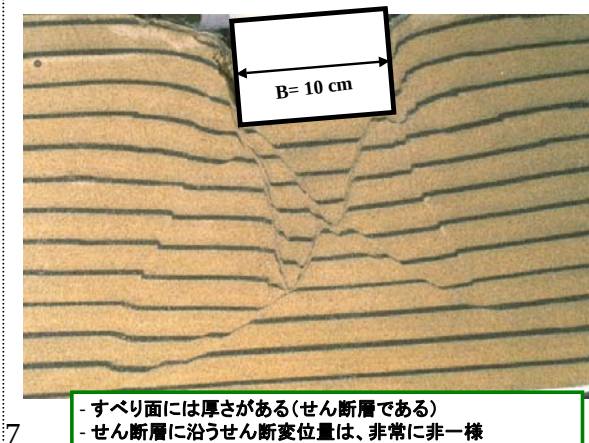
4



5



6



7

豊浦砂を用いた大型平面ひずみ模型支持力実験;
(基礎幅 $B_0 = 50$ cm; 1 g 実験)

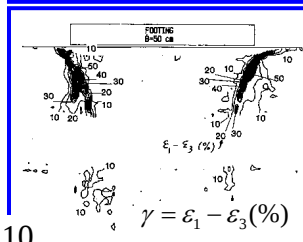
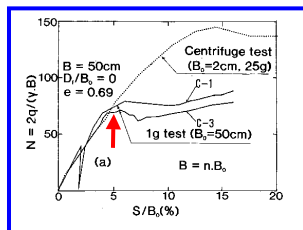
底面が粗な剛な帯基礎模型
(幅 0.5 m, 長さ 2 m)

砂層: 幅 2m, 長さ 7 m, 深さ 4 m

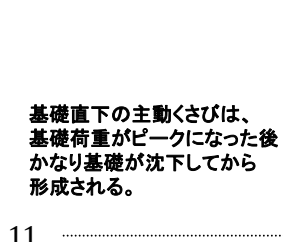
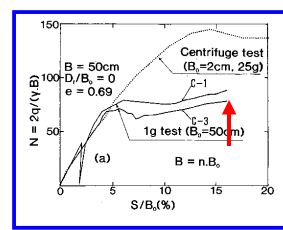


8

基礎中央 1/3 に 11 個の二方向ロードセル
基礎側方 1/3 には 3 個の二方向ロードセル



10



11

基礎直下の主動くさびは、
基礎荷重がピークになった後
かなり基礎が沈下してから
形成される。

基礎荷重による地盤の進行的破壊（すべり面の進行的な発達）

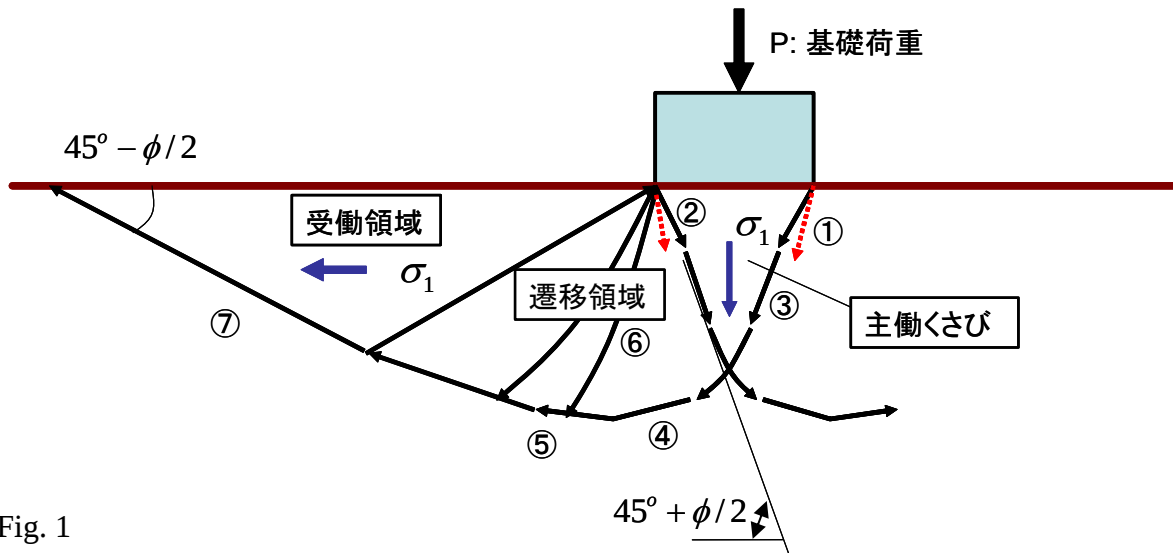


Fig. 1

段階 1：すべり面①が形成され、Punching 破壊を生じようとするすべり面の発生

- ・ 緩い地盤：このまま発展してゆき、地盤の Punching 破壊が生じる。
- ・ 密な地盤（通常の場合）：Punching 破壊のすべり面よりもせん断破壊のすべり面②→⑦ の方が発達しやすくなる。

段階 2：すべり面②、③による主働くさびが形成され、基礎荷重 P は最大値を発揮する。

段階 3：すべり面④、⑤が形成され、左右へ遷移領域が発達してゆく。

段階 4：すべり面④、⑤と共役なすべり面⑥が多数発生する（遷移領域は剛体的挙動をしない）。

段階 5：すべり面⑦による受働領域の形成

すべり面①～⑦の形成時期

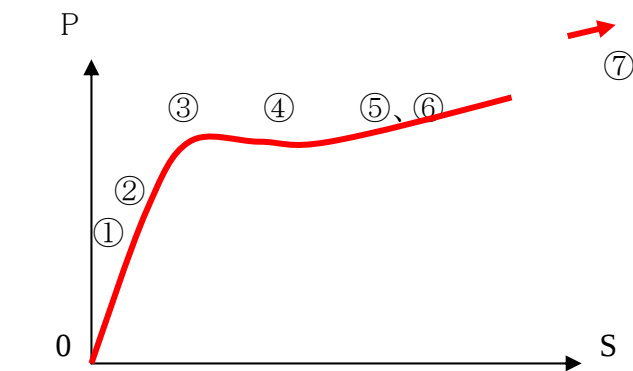
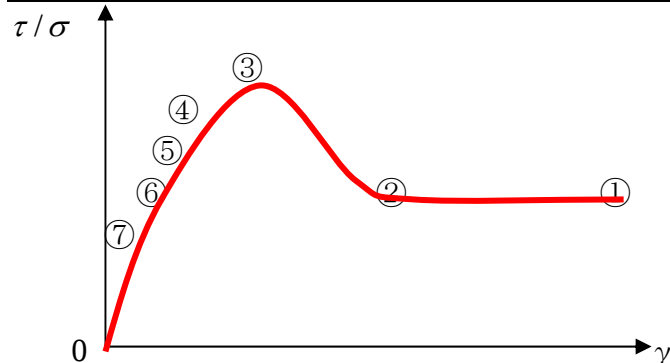


Fig. 2

基礎荷重が最大値になった時（すべり面③が生じた時）でのすべり面①～⑦での応力状態

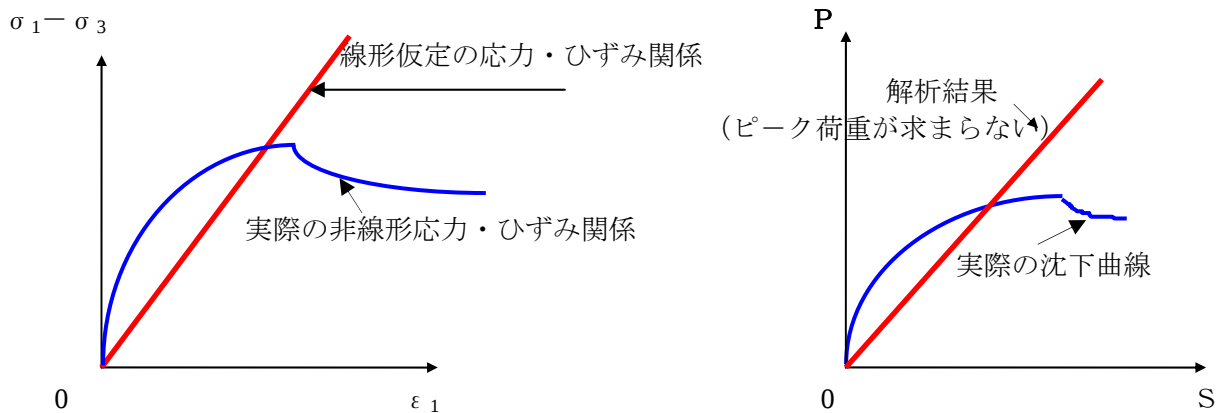


各点で同時にピークせん断強度が発揮されることは決してない→地盤の進行的破壊。

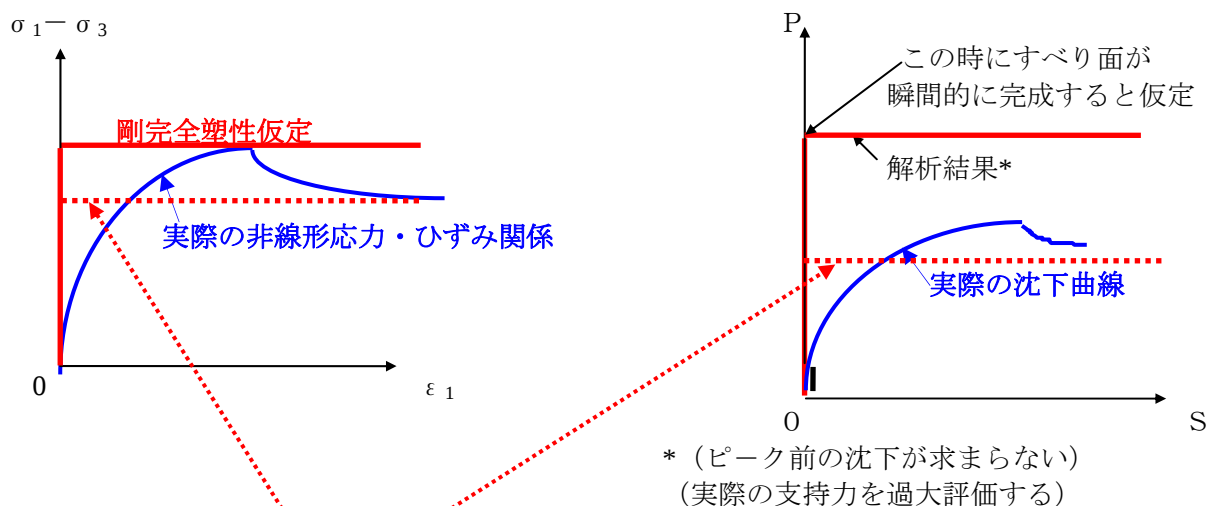
Fig. 3

■前頁 Figs. 1-3 に書いてあるプロセスは近年の研究によって判明
 その前は、良く理解されていなかった→先人の知恵→問題の単純化

仮定 a) ピーク荷重前の基礎の沈下 S の解析においては、土の応力・ひずみ関係は線形。

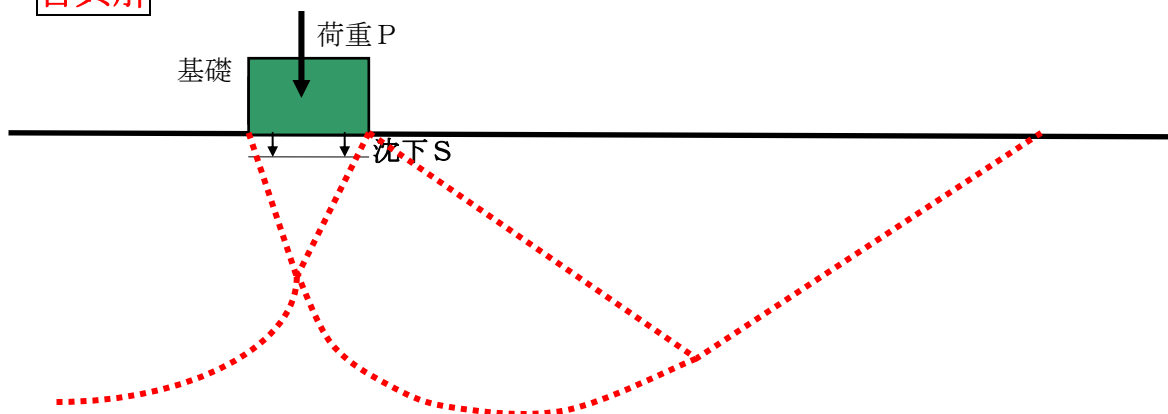


仮定 b) 基礎の支持力の計算においては、
 b1) 地盤内に厚さのないすべり面が一瞬に完成。
 b2) 土の応力・ひずみ関係は剛完全塑性体。
 (いわゆる古典支持力理論：教科書に書いてある支持力理論)



実務では破線の仮定→支持力を過小評価している。

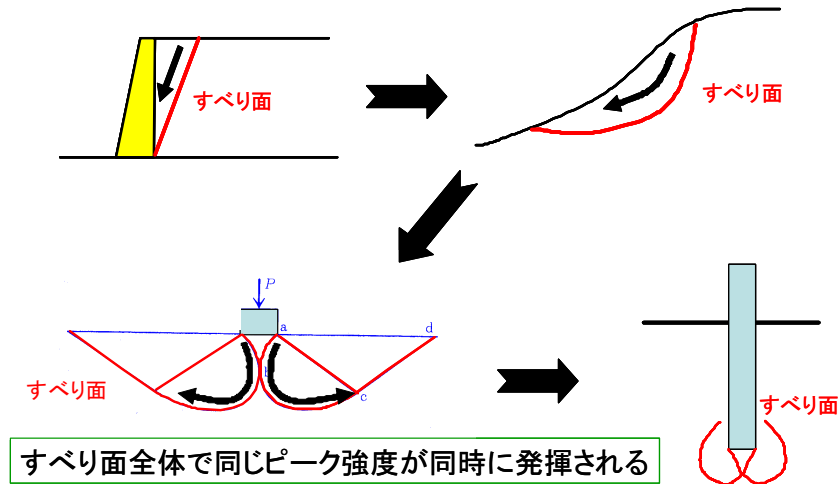
古典解



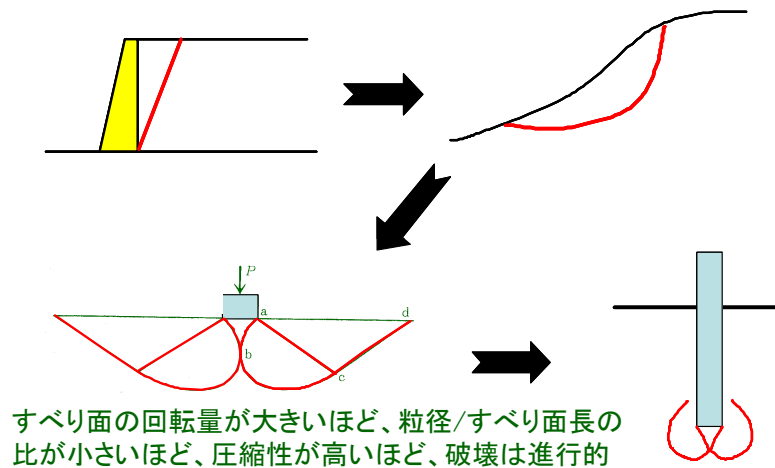
b1)と b2)の仮定を用いることは、「すべり面上の全ての点でピーク強度が同時に発揮される」と仮定することを意味する。

地盤の破壊の進行性を見無視することによる解析結果の誤差は、すべり面の総回転角度が大きいほど大きい。すなわち、1)基礎の支持力問題; 2)斜面安定問題; 3)土圧問題の順に誤差が大きい。

従来の設計法： 等方・剛・完全塑性、
厚さゼロのすべり面

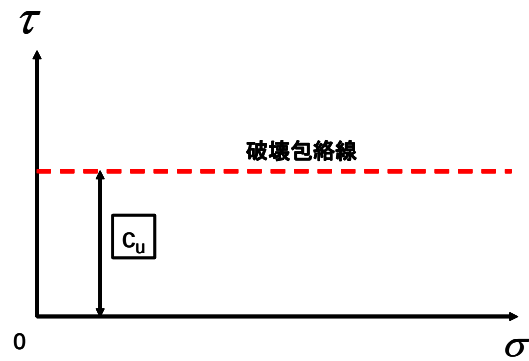


実際の地盤の破壊の進行性：
すべり面は、一気に形成される訳ではない。

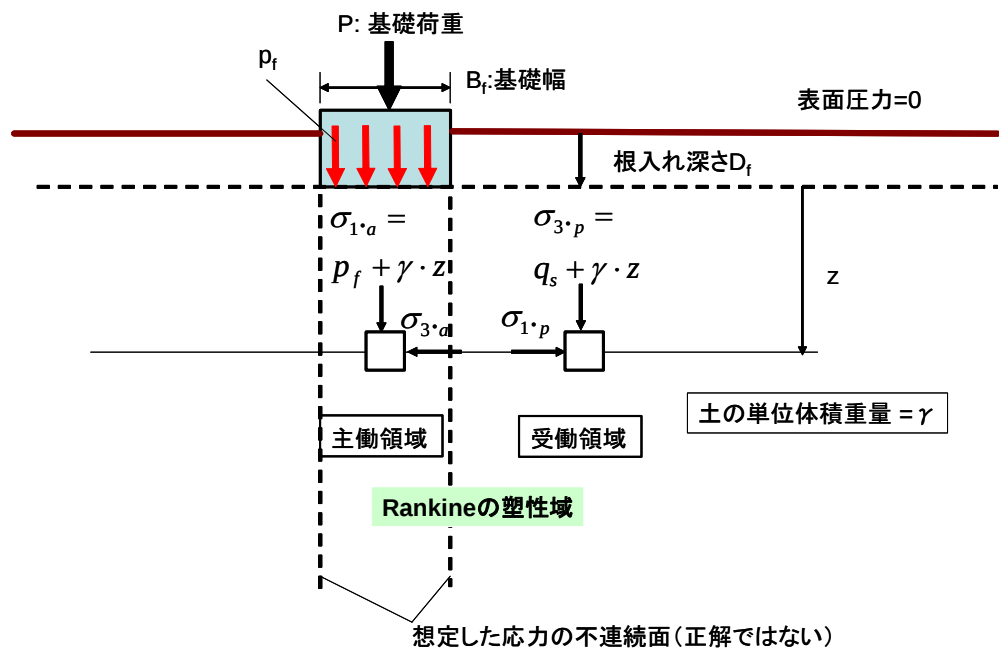


以下は、土を完全塑性体と仮定しすべり面の厚さをゼロと仮定した時の平面ひずみ状態（二次元状態*）での支持力理論 *実際の三次元状態での解析は非常に複雑（大学院で説明）

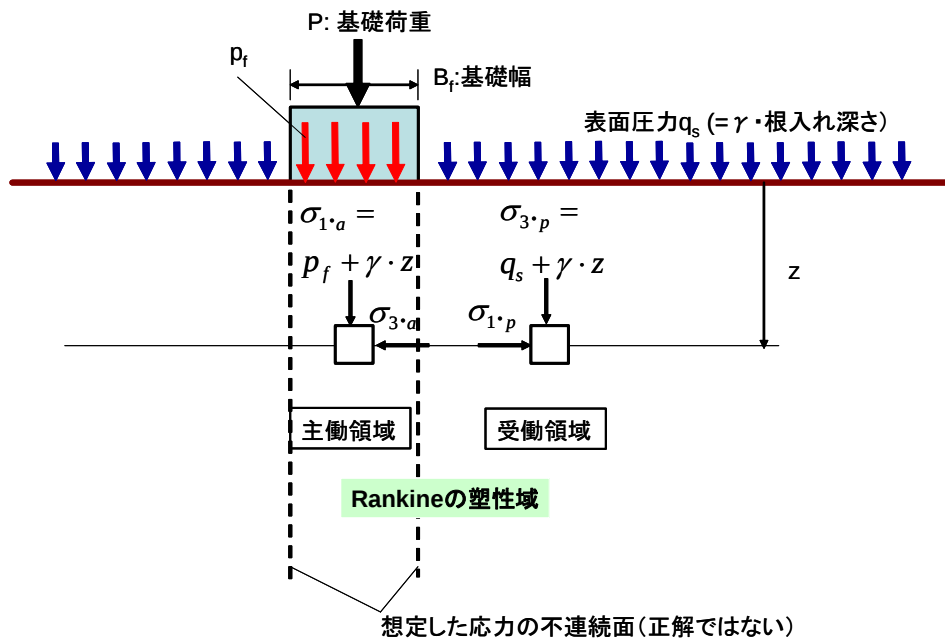
I) 粘性土地盤（ $\phi = 0; c_u > 0$ と仮定）



I-1)近似解 I（下解値）（金属の punching 問題と同じ）：
許容できる応力状態を仮定するが、土の動き方は厳密には考えない解法。

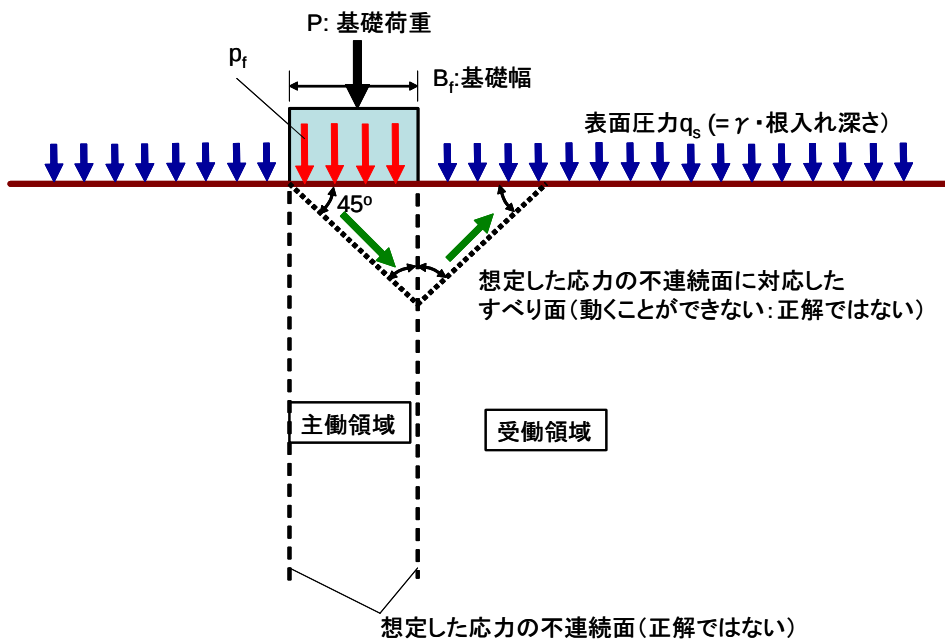


「根入れ深さが D_f の基礎の底面から上の厚さが D_f の表層の重さの影響」を「その表層の重さを持つ表面荷重 q_s 」に置き換える→次頁。

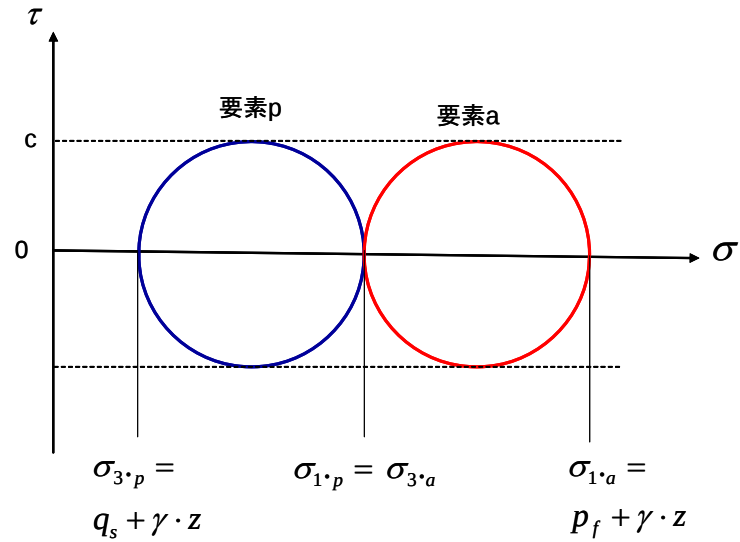


「応力の不連続面」では、直交方向の直応力とせん断応力は連続であるが、平行な方向の直応力は不連続。これを導入すると、地盤内の応力状態が容易に決定できる(正解ではないが)。

実際には「応力の不連続面」は存在しない。「応力の不連続面」を想定すると、下図に示すように地盤内での土の動きが不連続になり、実際に動けなくなる。



主働領域内の要素 a と受働領域内の要素 p の応力状態（破壊状態にあると想定）



$$\begin{aligned}
 p_f &= \sigma_{1,a} - \gamma \cdot z = \sigma_{3,a} + 2c - \gamma \cdot z = \sigma_{1,p} + 2c - \gamma \cdot z \\
 &= \sigma_{3,p} + 2c + 2c - \gamma \cdot z = \underline{q_s + \gamma \cdot z} + 2c + 2c - \gamma \cdot z \\
 &= q_s + 4c
 \end{aligned}$$

基礎の荷重としての支持力は、

$$P_f = (q_s + 4c)B_f$$

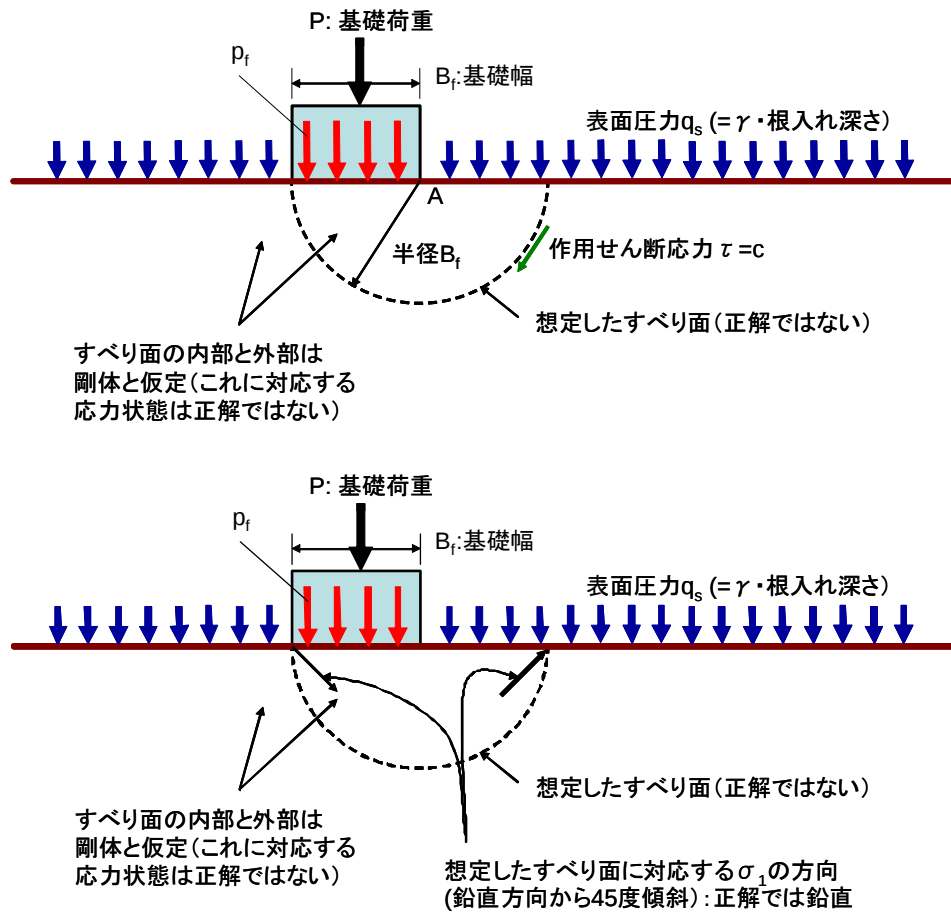
しかし、これは正解ではない。この値は、正解より小さい。

正解は、 $p_f = q_s + (2 + \pi)c$ （教科書 10.2 式は正解ではない）。

I) 粘性土地盤 ($\phi=0$; $c_u>0$ と仮定)

I-2) 近似解 II (上解値):

土塊が動ける状態のすべり面を仮定するが、応力状態を厳密には考えない解法。



すべり領域の点 A を中心とした回転に対するモーメントの釣り合いを考える。

すべり土塊の重心は回転中心に沿った鉛直線上にあるので、すべり土塊の重量による回転モーメントはゼロ。従って、

$$P \frac{B_f}{2} = c \cdot B_f \cdot (B_f \cdot \pi) + q_s \cdot B_f \cdot \frac{B_f}{2}, \quad P = B_f (2\pi c + q_s)$$

$P = B_f \cdot p_f$ なので、支持力は、

$$p_f = q_s + 2\pi c$$

となる。

しかし、これは正解ではない。正解よりも、大きい。

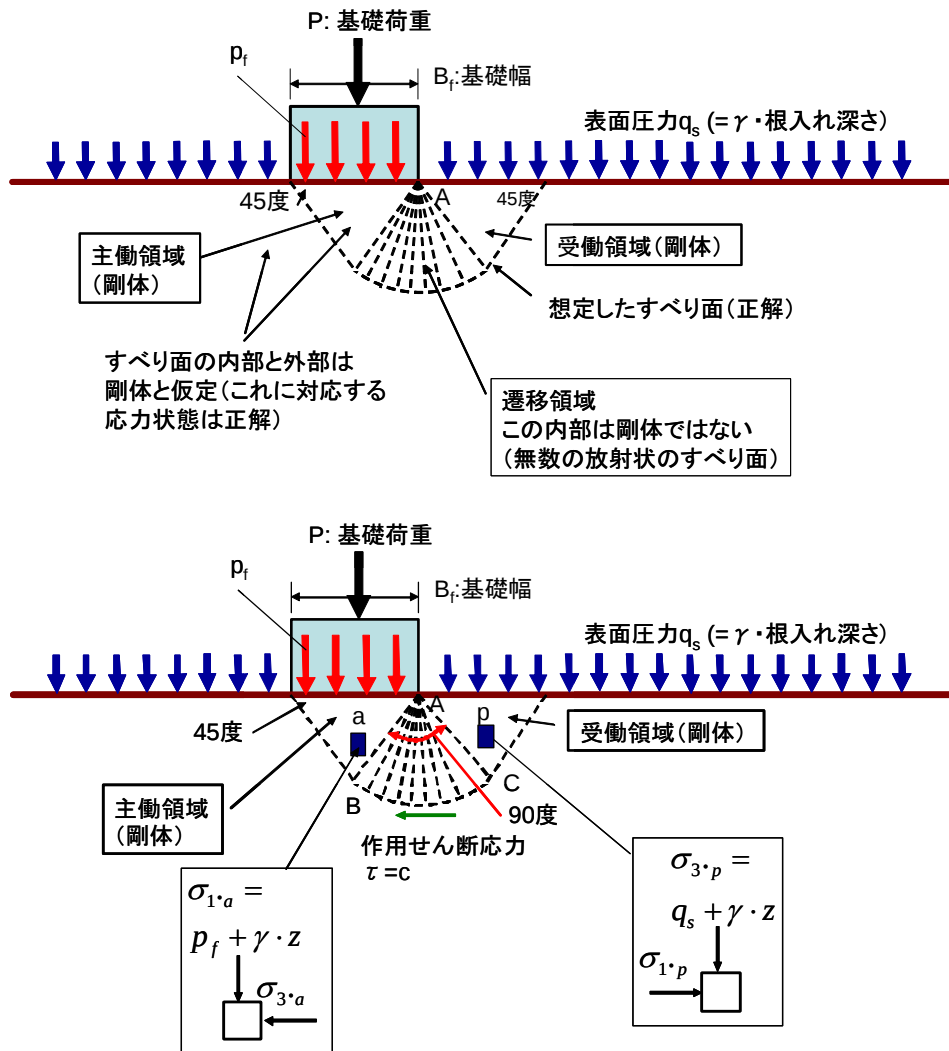
正解は、 $q_f = p + (2 + \pi)c$ であり (教科書 10.2 式は正解ではない)。

I) 粘性土地盤 ($\phi=0$; $c_u>0$ と仮定)

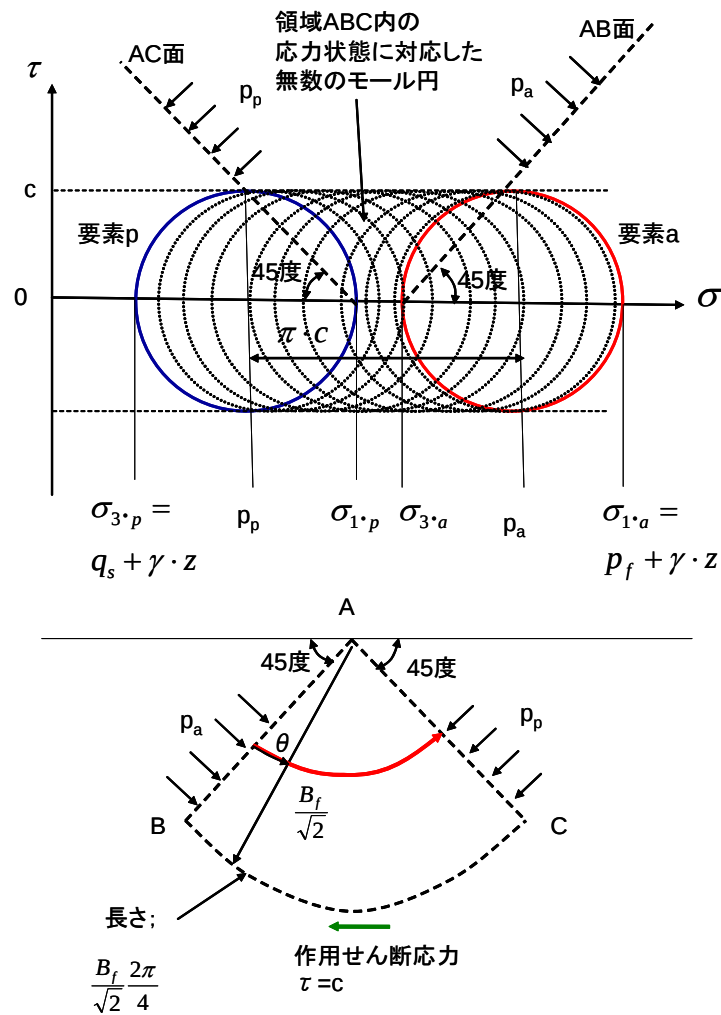
I-3) 数学的正解

1-1) 下解値と 1-2) 上界値を融合させた形になっている。

応力状態も土の動き方も正しく許容できる解。



主働領域内の要素 a、受働領域内の要素 p 及び遷移領域内の応力状態
(全て破壊状態にあると想定)



$$\begin{aligned}
 p_f &= [\sigma_{1a}] - \gamma \cdot z = [p_a + c] - \gamma \cdot z = \pi c + \underline{p_p} + c - \gamma \cdot z \\
 &= \pi c + \underline{\sigma_{3p}} + c - \gamma \cdot z = \pi c + \underline{\gamma \cdot z + q_s} + c + c - \gamma \cdot z \\
 &= q_s + (\pi + 2)c
 \end{aligned}$$

[上の図の説明 1]

すべり領域 ABC の点 A を中心とした回転に対するモーメントの釣り合いを考える。
すべり土塊の重心は回転中心 A を通る鉛直線上に位置するので、すべり土塊の重量によるモーメントはゼロ。従って、

[AB 面での圧力 × AB 面の長さ × 点 A から面 AB の中心までの距離]
= [BC 面でのせん断強度 × BC 面の距離 × 点 A から面 BC までの距離]
+ [AC 面での圧力 × AC 面の長さ × 点 A から面 AC の中心までの距離]

$$p_a \frac{B_f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{B_f}{2\sqrt{2}} = c \frac{B_f \cdot \pi}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{B_f}{\sqrt{2}} + p_p \frac{B_f}{\sqrt{2}} \cdot \frac{B_f}{2\sqrt{2}}, \quad p_a = c\pi + p_p$$

整理すると、 $p_f = q_s + (2 + \pi)c$ (正解：教科書 10.2 式は正解ではない)。

従って、基礎に作用する荷重 (正解)： $P_f = [q_s + (2 + \pi)c]B_f$

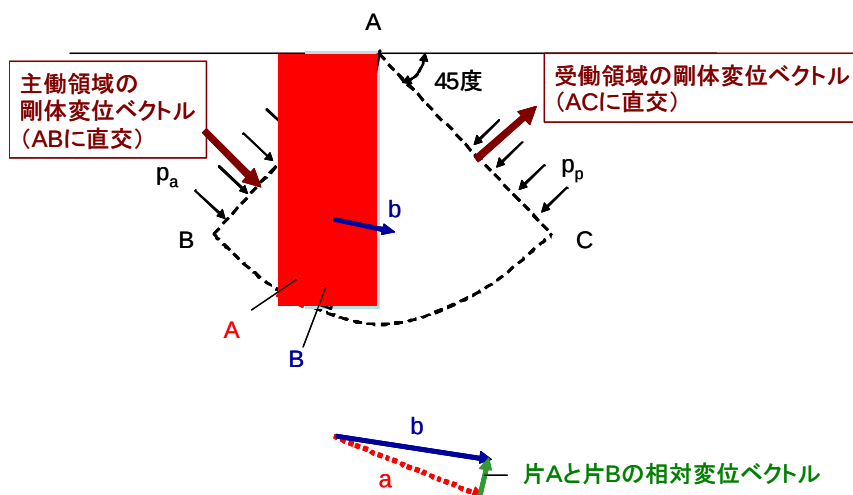
[上の図の説明 2]

すべり領域 ABC の内部では、角度 θ の増加と共に、応力状態は徐々に変化していて、それに対応する応力のモール円は σ 軸方向に左の方へ（原点方向に）徐々に移動している。

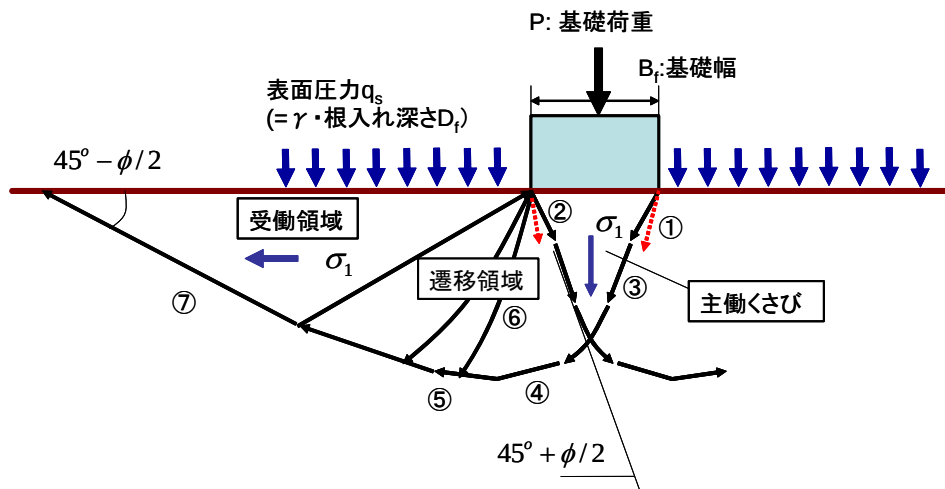
■ 遷移領域の内部では、応力状態が連続的に変化する。従って、土の動きにも不連続性はなくなり、土は動ける。

[上の図の説明 3]

また、すべり領域 ABC は剛体ではなく、微小な片から構成されていると考えると、それぞれの片は半径方向に直角な方向に回転することなく平行移動しているので、隣り合う片の間には半径方向に相対変位が生じている。



II) 一般の土 ($\phi > 0; c > 0$ と仮定) の地盤



II-1) 平面ひずみ状態に対する Terzaghi の近似解 (現在、設計で用いられている)

$$\text{支持力 (圧力)} \quad p_f = \frac{P_f}{B_f \times 1} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B_f \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + q_s \cdot N_q$$

ここで、

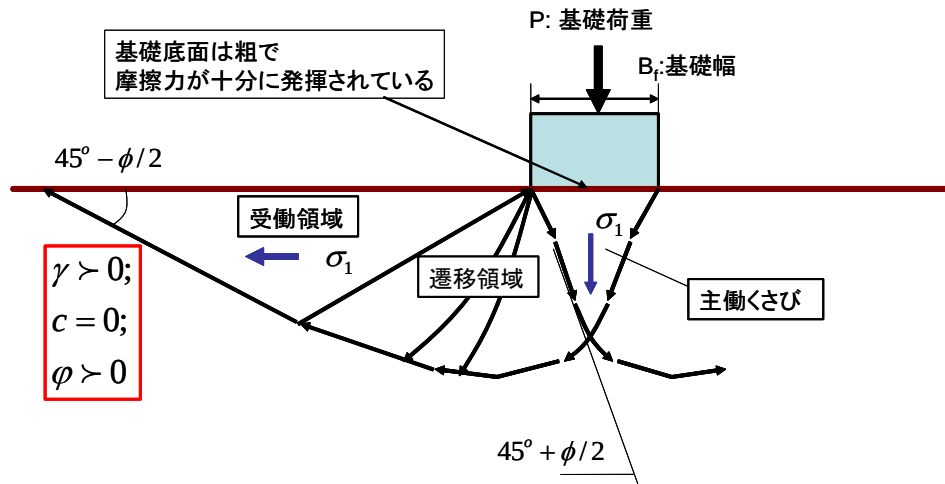
N_γ (土の自重による支持力係数) ;

N_c (土の粘着力係数による支持力係数) ;

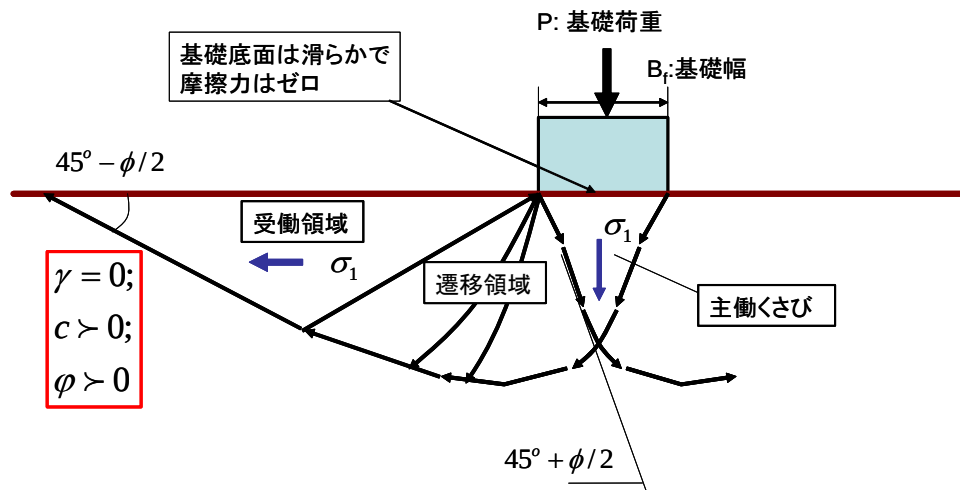
N_q (地表面の作用する荷重、あるいは基礎根入れによる支持力係数)
(いずれも ϕ だけの関数)

この解 $p_f = \frac{P_f}{B \times 1} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B_f \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + q_s \cdot N_q$ は、次の三つの異なった場合における支持力の線形和 (数値解を求めることができる場合の解を用いた便宜的な近似解である)。数学的正解 $f(B_f, \gamma, c, \phi, q_s)$ の関数) よりも小さい。従って、安全側である。

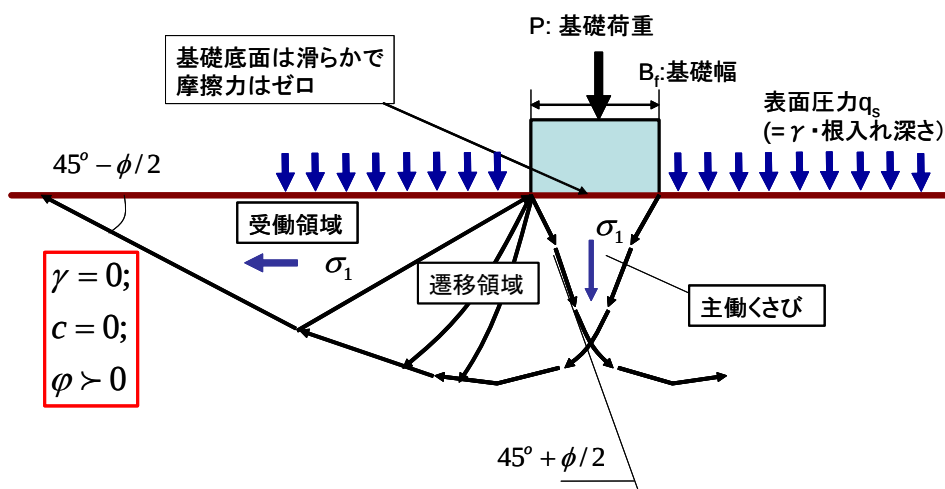
(1) $p_\gamma = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B_f \cdot N_\gamma$ (地球上に存在する粘着力が無い砂地盤であり、表面に荷重が無い場合)



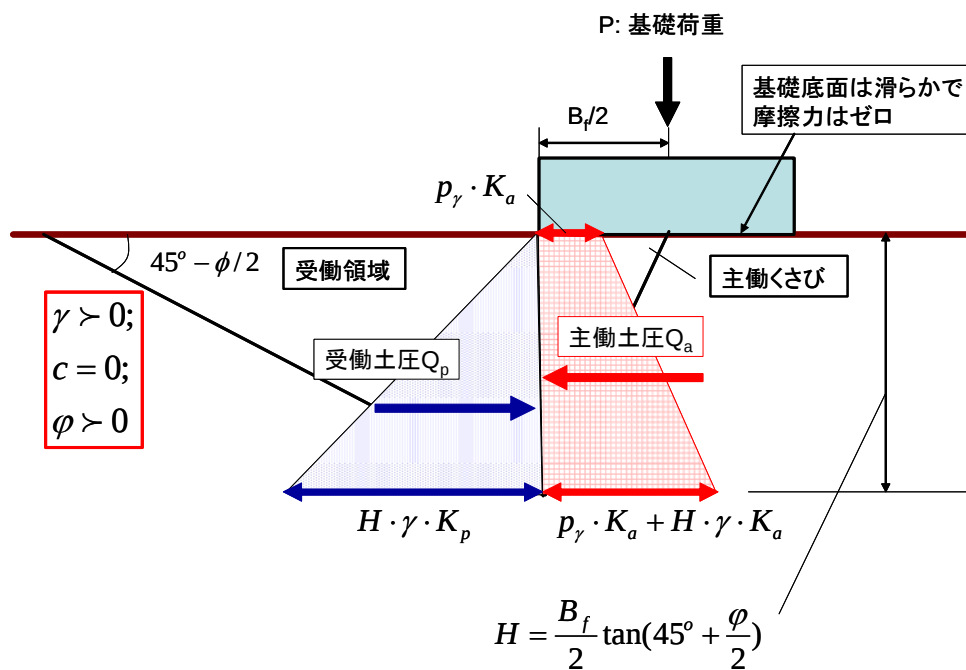
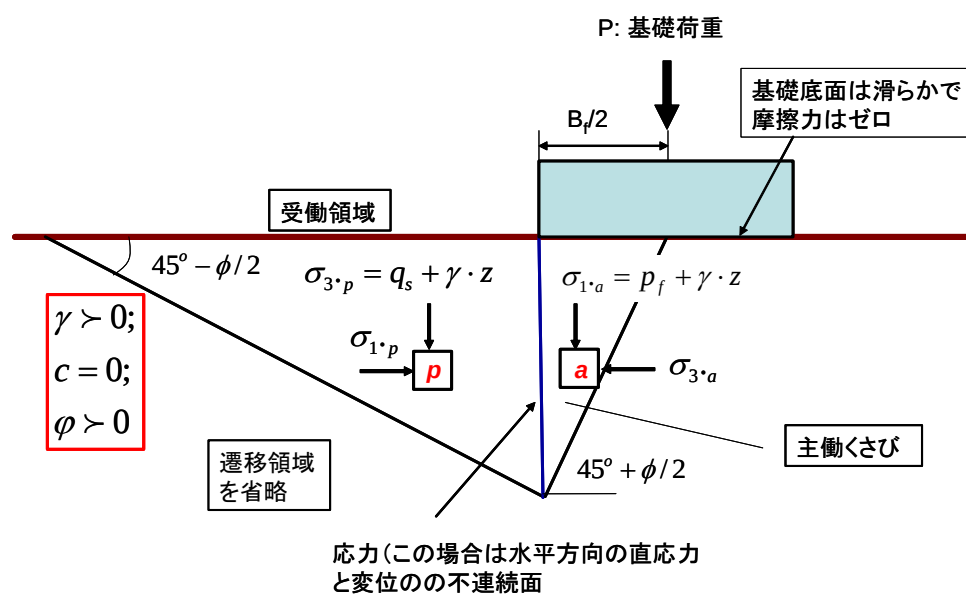
(2) $p_c = c \cdot N_c$ (Space shuttle 中の無重力状態にある地盤であり土の重さがゼロであり、内部摩擦角も粘着力もある一般の地盤。また、表面荷重が無い。)



(3) $p_q = q_s \cdot N_q$ (Space shuttle 中の砂地盤であり土の重さがゼロであり、粘着力が無い砂地盤で、表面荷重がある場合)



II-2) N_γ の近似解 (Rankine 塑性域として主働域と受動域を想定する。この解は、上界値でも下解値でもなく、相当近似度が悪い)



この解は、近似度が相当悪い。その理由：

任意の深さにおいて、水平方向で $\sigma_{3a} = \sigma_{1p}$ という応力の釣り合いが成り立っていない。従って、 Q_a と Q_p の重心は、同一の深さではない。

水平方向の荷重の釣り合い： $Q_a=Q_p$ 、から支持力 p_γ を求める

$$Q_a = p_\gamma \cdot K_a \cdot H + \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2 \cdot K_a = p_\gamma \cdot \frac{1}{K_p} \cdot H + \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2 \cdot \frac{1}{K_p} \quad (K_p = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \text{ を用いた表現にした}).$$

$$\text{ここで、} H = \frac{B_f}{2} \tan(45^\circ + \varphi/2) = \frac{B_f}{2} \sqrt{K_p}$$

なぜならば、

$$\begin{aligned} \tan^2(45^\circ + \varphi/2) &= \left(\frac{1 + \tan(\varphi/2)}{1 - \tan(\varphi/2)} \right)^2 = \left(\frac{\cos(\varphi/2) + \sin(\varphi/2)}{\cos(\varphi/2) - \sin(\varphi/2)} \right)^2 \\ &= \frac{1 + 2\cos(\varphi/2) \cdot \sin(\varphi/2)}{1 - 2\cos(\varphi/2) \cdot \sin(\varphi/2)} = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} = K_p \end{aligned}$$

従って、

$$\begin{aligned} Q_a &= p_\gamma \cdot \frac{1}{K_p} \cdot H + \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2 \cdot \frac{1}{K_p} = p_\gamma \cdot \frac{1}{K_p} \cdot \frac{B_f}{2} \sqrt{K_p} + \frac{1}{2} \gamma \cdot \left\{ \frac{B_f}{2} \sqrt{K_p} \right\}^2 \cdot \frac{1}{K_p} \\ &= p_\gamma \cdot \frac{1}{\sqrt{K_p}} \cdot \frac{B_f}{2} + \frac{1}{8} \gamma \cdot B_f^2 \end{aligned}$$

同様に、

$$Q_p = \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2 \cdot K_p = \frac{1}{2} \gamma \cdot \left(\frac{B_f}{2} \sqrt{K_p} \right)^2 \cdot K_p = \frac{1}{8} \gamma \cdot (B_f)^2 \cdot (K_p)^2$$

従って、 $Q_a=Q_p$ から

$$p_\gamma = \frac{1}{2} \gamma \cdot B_f \left(\frac{1}{2} K_p^{5/2} - \frac{1}{2} K_p^{1/2} \right) = \frac{1}{2} \gamma \cdot B_f \cdot N_\gamma$$

従って、

$$N_\gamma = \frac{1}{2} K_p^{5/2} - \frac{1}{2} K_p^{1/2}$$

しかし、これは正解値よりもかなり大きい。

しかし、この式は以下のように砂地盤の支持力の構造を示している。

- q_γ は、a) γ に比例、b) B_f に比例、c) ϕ が増加すると非線形に増加。
であることを示している。

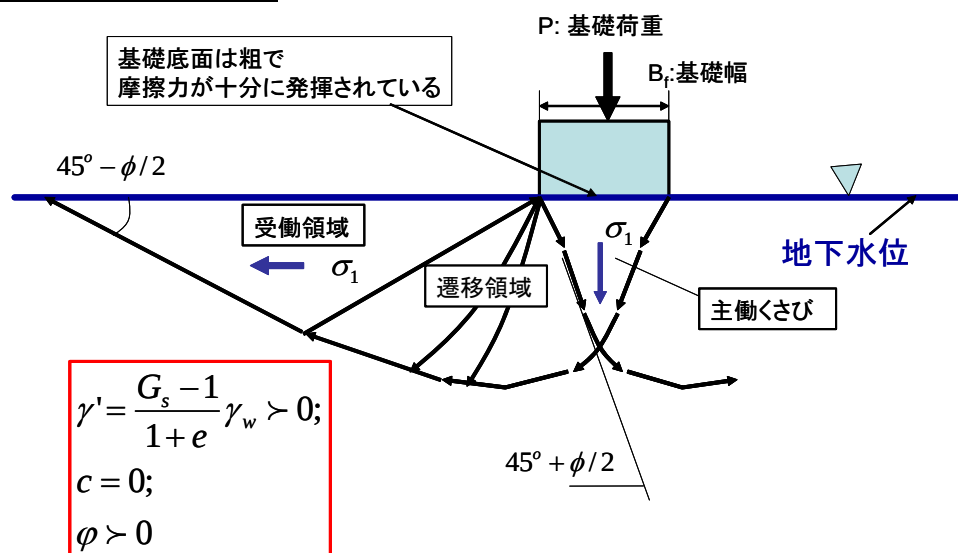
b) のことから、長さ長い帯基礎の支持力（荷重） $P_\gamma = p_\gamma \cdot B_f \cdot 1 = \frac{1}{2} \gamma \cdot B_f^2 \left(\frac{1}{2} K_p^{5/2} - \frac{1}{2} K_p^{1/2} \right)$ は、 B_f^2 に比例。

矩形基礎の場合：

$$P_\gamma = (\text{correction factor}) \cdot p_\gamma \cdot B_f \cdot B_f = (\text{correction factor}) \cdot \frac{1}{2} \gamma \cdot B_f^3 \left(\frac{1}{2} K_p^{5/2} - \frac{1}{2} K_p^{1/2} \right) \text{ は、} B_f^3 \text{ に比例。}$$

基礎の支持力は、基礎幅が大きくなると急激に増加する。従って、小さい構造物の場合は、基礎を経済的に許容できる範囲で出来るだけ大きくすれば、支持力破壊の可能性は急激に減少する。

地盤が飽和している場合の支持力



$$p_\gamma = \frac{1}{2} \gamma' \cdot B_f \cdot N_\gamma$$

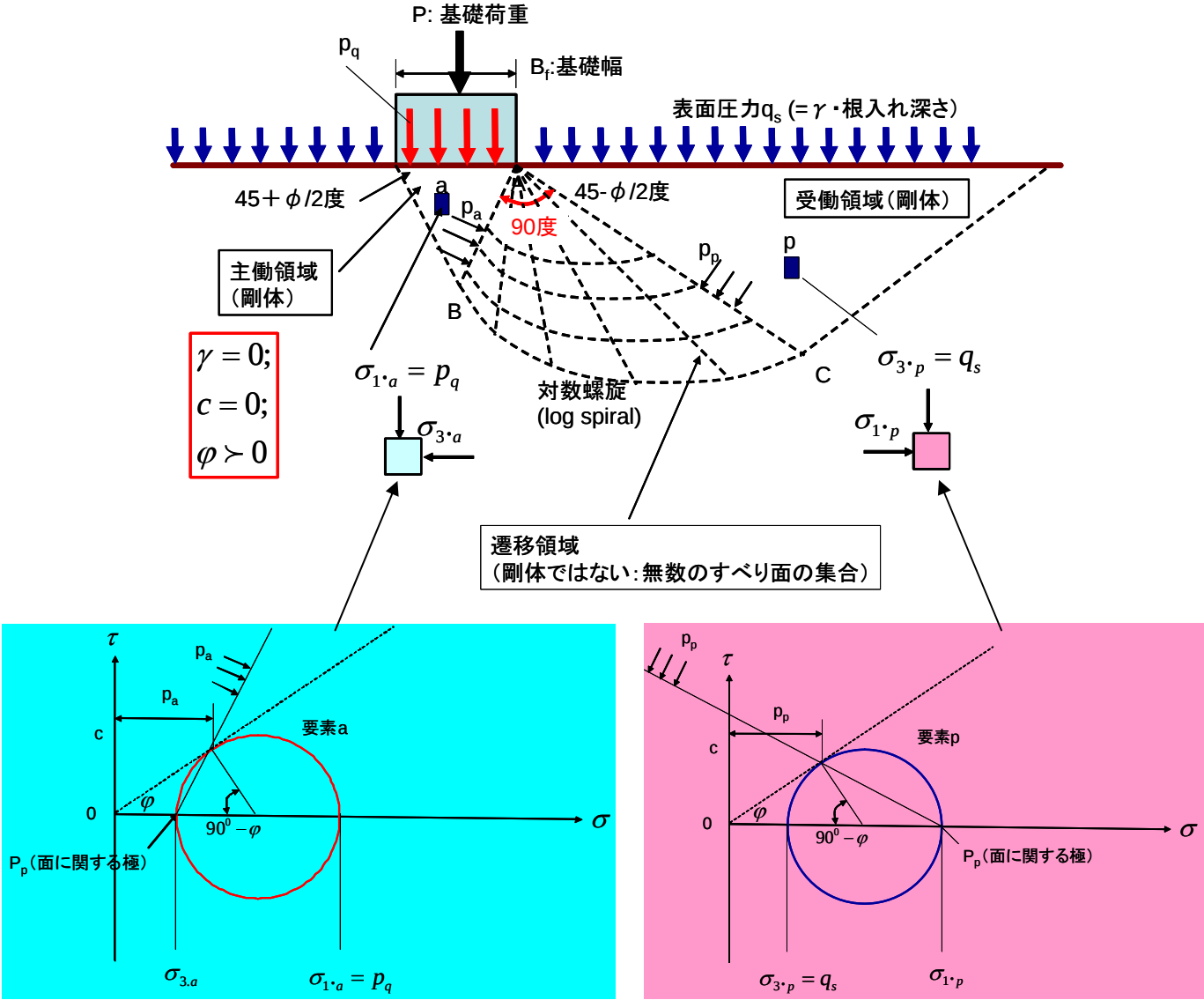
γ' を用いていることに注意。従って、地盤が飽和することにより支持力は低下する。

II-3) N_γ を表す「数値解析で求めた数学的正解を近似した式」:

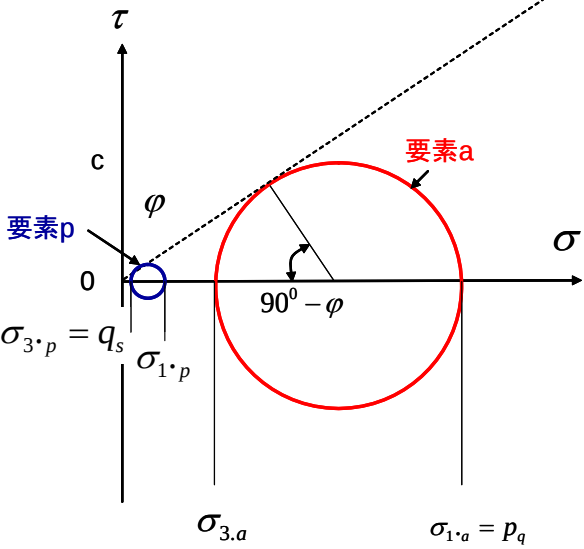
$$N_\gamma = 2(N_q + 1)$$

支持力係数 N_q は以下で説明する。

II-4) N_q の数学的正解



要素 a (主働領域) と要素 p (受働領域) の応力のモール円の大きさは全く異なる

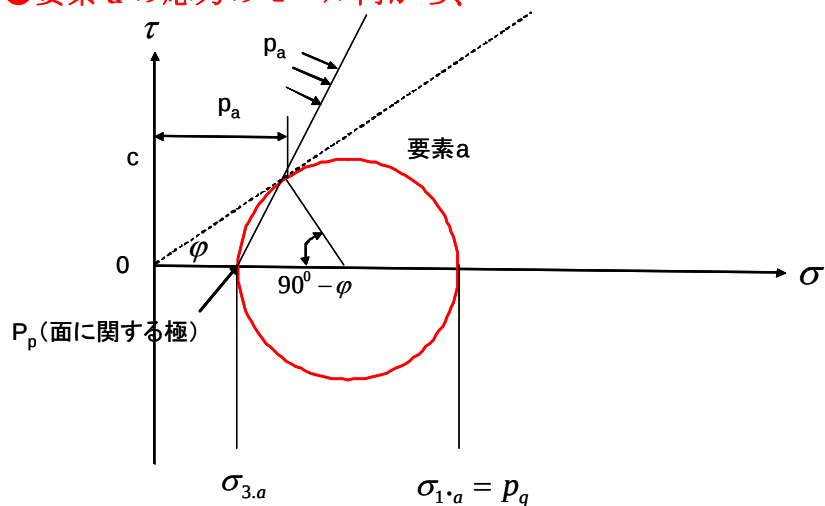


[illegible]

一方、 $\sigma_{3p} = q_s$ (地表面での圧力)

両者を(1)式に代入すると、

●要素 a の応力のモール円から、

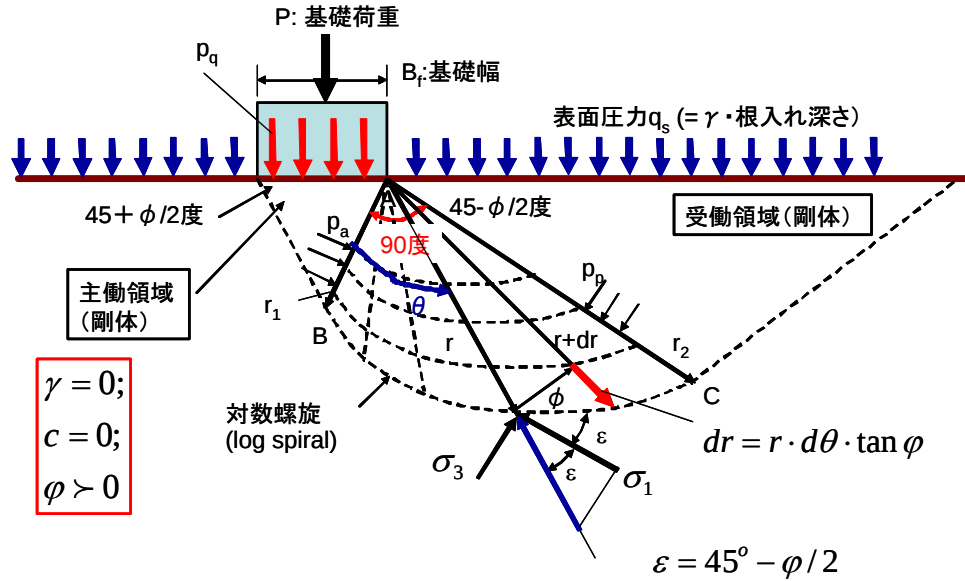


一方、 $\sigma_{1a} = p_q$ (基礎底面での圧力)

両者を(3)式に代入すると、

20

p_a と p_p の関係



すべり面は対数螺旋 : $r = r_1 \cdot \exp(\tan \phi \cdot \theta)$

すべり層が dilatancy 角 $\nu = \phi$ (Associated flow rule) で膨張する場合のすべり層と周囲の剛体領域の間の変位の整合条件 (下記) から導かれる。

$$dr = r \cdot d\theta \cdot \tan \phi$$

$r=r_1$ の時 $\theta=0$ という条件で、この式を変形して積分すると、

$$\frac{dr}{r} = \tan \phi \cdot d\theta$$

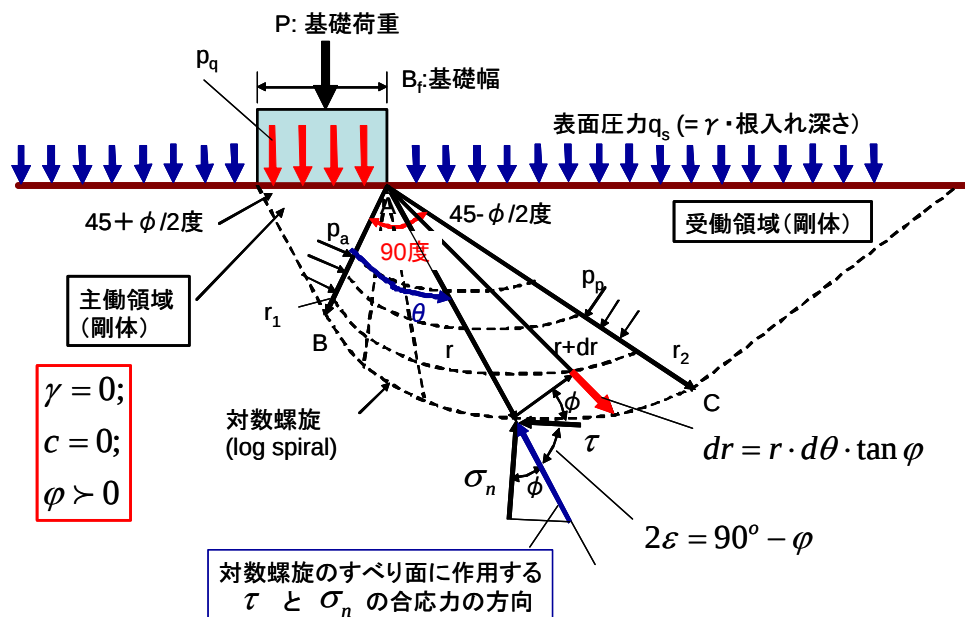
$$d \ln(r) = \tan \phi \cdot d\theta$$

$$\ln(r) - \ln(r_1) = \tan \phi \cdot \theta$$

$$r = r_1 \cdot \exp(\tan \phi \cdot \theta)$$

$$r_2 = r_1 \cdot \exp(\tan \phi \cdot \frac{\pi}{2})$$

対数螺旋のすべり面に沿った応力状態を考察する。



対数螺旋上の任意の点に作用する応力の合ベクトルは、対数螺旋の原点 A に向かっている。従って、対数螺旋すべり面に作用する応力の原点 A に対するモーメントはゼロになる。

従って、遷移領域のモーメントの釣り合いでは、AB 面と AC 面に作用する応力 p_a と p_p （それぞれの面に沿って一定値）だけを考えれば良い。すなわち、

$$p_a \cdot r_1 \cdot \frac{r_1}{2} = p_p \cdot r_2 \cdot \frac{r_2}{2}$$

$$p_a \cdot r_1^2 = p_p \cdot r_2^2$$

$$p_a \cdot r_1^2 = p_p \cdot \left[r_1 \cdot \exp(\tan \varphi \cdot \frac{\pi}{2}) \right]^2 = p_p \cdot r_1^2 \cdot \exp(\tan \varphi \cdot \pi)$$

$$p_a = p_p \cdot \exp(\tan \varphi \cdot \pi) \quad (5)$$

一方、

$$p_p = \frac{q_s}{2}(1 + \sin \varphi) + \frac{q_s}{2}(1 - \sin \varphi) = q_s(1 + \sin \varphi) \quad (2)$$

$$p_a = \frac{p_q}{2}(1 - \sin \varphi) + \frac{p_q}{2}(1 + \sin \varphi) = p_q(1 - \sin \varphi) \quad (4)$$

式(2), (4), (5)から、

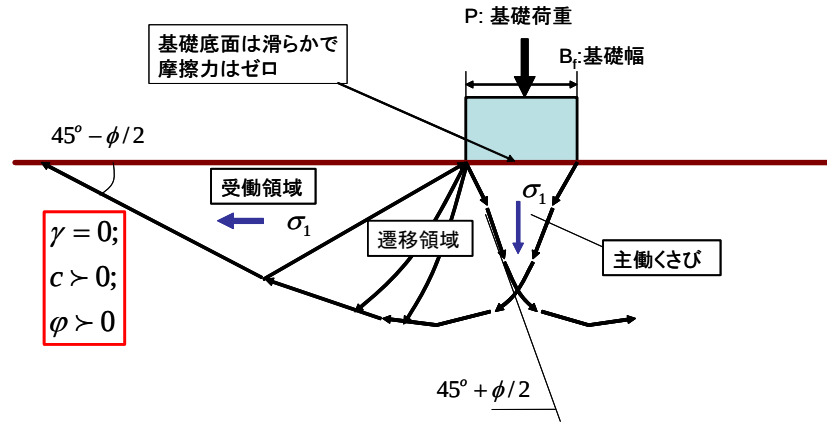
$$\begin{aligned} \text{式(4)} \quad p_q &= \frac{1}{1 - \sin \varphi} p_a \xrightarrow{\text{式(5)}} \frac{1}{1 - \sin \varphi} p_p \cdot \exp(\tan \varphi \cdot \pi) = \frac{\exp(\tan \varphi \cdot \pi)}{1 - \sin \varphi} p_p \\ &\xrightarrow{\text{式(2)}} \frac{\exp(\tan \varphi \cdot \pi)}{1 - \sin \varphi} q_s(1 + \sin \varphi) = K_p \cdot \exp(\tan \varphi \cdot \pi) \cdot q_s = N_q \cdot q_s \end{aligned} \quad (6)$$

従って、 $N_q = K_p \cdot \exp(\tan \varphi \cdot \pi)$: これは数学的正解。

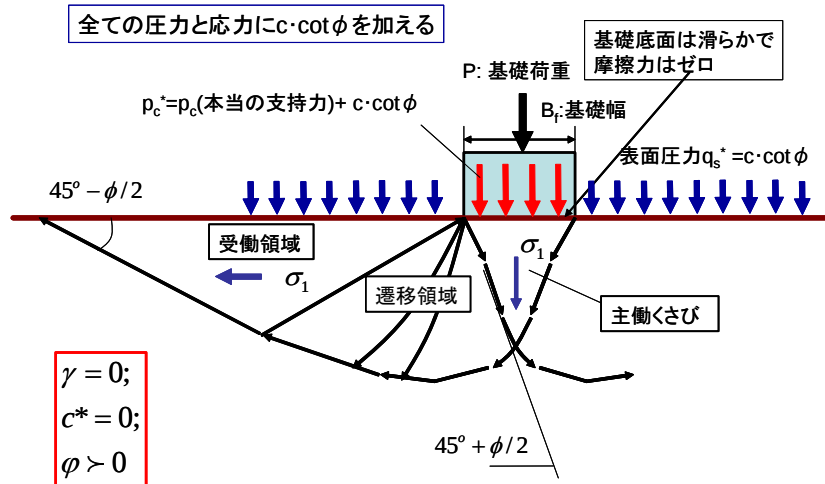
ϕ	N_q
30°	33
40°	64
45°	135

N_q は ϕ の増加とともに急激に増加。

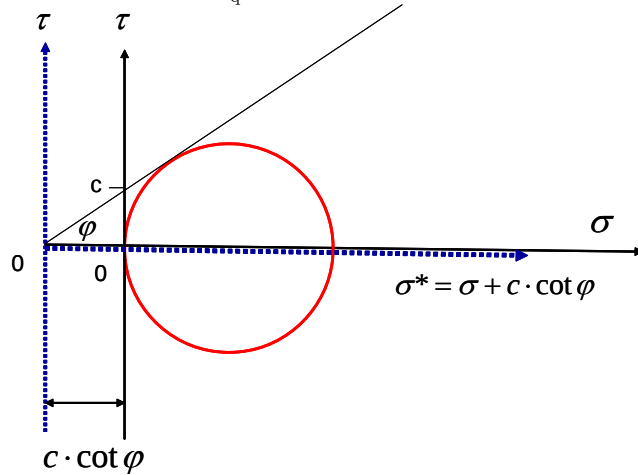
II-5) N_c の数学的正解



を下図のように置き換える。



つまり、 $\tau \sim \sigma^*$ 軸で考察する。すると、 N_q を求める問題と同一になる。



$$p_c^* = N_q \cdot q_s^*$$

$$p_c + c \cdot \cot \phi = N_q \cdot (c \cdot \cot \phi)$$

$$p_c = (N_q - 1) \cdot \cot \phi \cdot c$$

$$p_c = N_c \cdot c$$

従って、 $N_c = (N_q - 1) \cdot \cot \phi \rightarrow N_q = K_p \cdot \exp(\tan \phi \cdot \pi)$; 数学的正解

→ N_γ , N_q , N_c と ϕ の関係の総括

基礎の支持力問題の演習

平面ひずみ状態を想定して、以下の a)–i) の場合を、基礎の総荷重で表した支持力 P_f が大きい順序に並べよ。その理由も述べよ。砂の $\phi = 45^\circ$ 、 $G_s = 2.7$ 、間隙比 $e = 0.7$ とする。

ただし、次の式を用いること。

基礎の支持力（荷重） $P_f = p_f \cdot B_f \cdot 1$

支持力（圧力） p_f は、次式で求めよ。

$$p_f = \frac{P_f}{B \times 1} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B_f \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + q_s \cdot N_q$$

$$N_\gamma = 2(N_q + 1)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cdot \cot \phi$$

$$N_q = K_p \cdot \exp(\tan \phi \cdot \pi)$$

