第7章 土のせん断強度

# 「7. 2 Mohr-Coulomb 破壊規準」への Introduction

■実際の地盤の破壊は、常に進行的(progressive)である。



(次頁参照)

■進行的破壊の数値解析は、現在においても極めて複雑である。大学院の授業で説明する。現在でも、 通常の設計では行えない。ましておや、これまでは行えなかった。























# ■先人の知恵→問題の単純化

a)ピーク荷重前の沈下Sの予測の為には、土の応力・ひずみ関係を線形と仮定する。



b) 基礎の支持力の計算において、地盤内に厚さゼロのすべり面が既に(先験的に)完成していると仮定する(いわゆる古典解)。 さらに、土の応力・ひずみ関係を剛完全塑性体と仮定する。



- 1) 基礎の荷重が最大になった時は、すべり面(厚さゼロの変位の不連続面)は完成していると仮定。
- 2) すべり面上で、ピーク強度が同時に発揮されていると仮定。

地盤の破壊の進行性を無視することによる解析結果の誤差は、すべり面の総回転角度が大きいほど大きい。1) 杭基礎の支持力問題; 2) 浅い基礎の支持力問題; 3) 斜面安定問題; 4) 土圧問題



一面せん断試験と三軸圧縮試験は、上記二つの単純化 a), b)に対応した両極端な試験法 (下表を参照)→土質力学の複雑さと矛盾の象徴!



直接せん断試験と三軸圧縮試験の比較

	せん断面(せん断層)の発	すべり面上のせん断	連続体としての変形特
	生の仕方	強度 τ f	性(ヤング率、ポアソ
			ン比等)
一面せん断試験	供試体内にせん断層を最	直接求まる。ただし、	供試体が一様に変形し
(direct shear test;	初から強制的に発生させ	実験技術上はせん断	ないので、ひずみが測
or shear box test)	ようとする。実際は、若干	面の応力状態をきち	定できない。従って、
	せん断変位してから発生	んと測定するのは結	変形特性は求まらな
	する。	構難しい。	<i>د</i> ر م
三軸圧縮試験	<u>する。</u> なるべく供試体を一様に	構難しい。 $\sigma_1 \geq \sigma_3$ の測定値か	い。 供試体のひずみが測定
三軸圧縮試験 (triaxial	する。 なるべく供試体を一様に 変形させようとする。しか	構難しい。 σ <sub>1</sub> とσ <sub>3</sub> の測定値か ら、間接的に求まる。	い。 供試体のひずみが測定 できるので、変形特性
三軸圧縮試験 (triaxial compression test)	する。 なるべく供試体を一様に 変形させようとする。しか し、ピーク応力状態付近か	構難しい。 σ <sub>1</sub> とσ <sub>3</sub> の測定値か ら、間接的に求まる。	い。 供試体のひずみが測定 できるので、変形特性 を直接求めることがで
三軸圧縮試験 (triaxial compression test)	する。 なるべく供試体を一様に 変形させようとする。しか し、ピーク応力状態付近か ら、せん断面(すべり層)	構難しい。 σ <sub>1</sub> とσ <sub>3</sub> の測定値か ら、間接的に求まる。	い。 供試体のひずみが測定 できるので、変形特性 を直接求めることがで きる。しかし、すべり
三軸圧縮試験 (triaxial compression test)	する。 なるべく供試体を一様に 変形させようとする。しか し、ピーク応力状態付近か ら、せん断面(すべり層) が必然的に発生する(特	構難しい。 σ <sub>1</sub> とσ <sub>3</sub> の測定値か ら、間接的に求まる。	い。 供試体のひずみが測定 できるので、変形特性 を直接求めることがで きる。しかし、すべり 層が発生した後は、求
三軸圧縮試験 (triaxial compression test)	する。 なるべく供試体を一様に 変形させようとする。しか し、ピーク応力状態付近か ら、せん断面(すべり層) が必然的に発生する(特 に、密な供試体では)。	構難しい。 σ <sub>1</sub> とσ <sub>3</sub> の測定値か ら、間接的に求まる。	い。 供試体のひずみが測定 できるので、変形特性 を直接求めることがで きる。しかし、すべり 層が発生した後は、求 まらない。

7.2 モール・クーロンの破壊基準

7.2.1 すべり面上の応力による表示(Coulomb の破壊規準)固体間の摩擦則



# 固体間の摩擦則の Analogy としての砂の内部のせん断面での破壊則



#### 2)粘着係数 c がある場合:

- 1. セメンテイションによる真の粘着力 c'がある土(セメント混合土、自然の堆積軟岩)  $\tau_f = c' + \sigma' \cdot \tan \phi'$
- 2. 不飽和土での見掛けの粘着力: 横軸を全応力  $\sigma$  とすると、  $\tau_f = \sigma' \cdot \tan \varphi' = (\sigma - u) \cdot \tan \varphi' = (-u) \cdot \tan \varphi' + \sigma \cdot \tan \varphi' = c + \sigma \cdot \tan \varphi'$  $c = 「見かけの粘着力」 = (suction) \cdot \tan \varphi'$

飽和粘土の非排水(または体積一定)一面せん断試験

σ'=σ-uがせん断中に変化する。 これは、後ほど詳しく説明する。

では、水平面が最大応力傾角面であると仮定した場合、一面せん断・単純せん断試験での供試体の応 力状態をモール円で表すと以下のようになる。

最大応力傾角(i)max=  $\phi_{mob}$  が  $\phi_0$  になると土は崩壊する





注:図 c での 45°- φ / 2 は、本当は 45°- ν / 2(大学院で説明)

d)

図3 a)単純せん断試験,b)一面せん断試験、c)供試体およびせん断層の応力 状態、d)水平面が最大応力傾角面であるときの破壊時のモール円





σ





■粘着力のない土(砂と粘土)の破壊時での有効応力状態

□応力の Mohr 円は、破壊包絡線と接している。

□破壊面 **Pp - F**: この面では応力比(τ/σ)の最大値(τ<sub>f</sub>/σ<sub>f</sub>)が作用している。

□共役の二つの破壊方向がある。

□従って、破壊状態を表す対 (pair)の式は以下の通り:

■実際の地盤での破壊問題と内部摩擦角φの関係の例: 土圧 \*粘着力=0.0とする(乾燥した砂、完全飽和した排水状態の砂)



\*深度 z での鉛直応力は、 $\sigma_v = \gamma \cdot z$  である。 \*この時、擁壁の背面に作用する水平土圧  $\sigma_h$ を求めよ。



□盛土には、二つの破壊状態がありうる。

(主働土圧状態)壁が盛土より前方へ変位した時。

$$K_{A} = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^{2}(\pi/4 - \phi/2)$$

この状態で盛土は破壊状態になる。この状態になることを避ける必要がある。

(受働土圧状態)壁が盛土の方へ変位した時。

$$\sigma_h$$
は $\sigma_v$ よりも大きくなり、 $\sigma_h = \sigma_1, \sigma_v = \sigma_3$ となる  
従って、 $\sigma_h = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \sigma_v = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \cdot \gamma \cdot h$ 

受働土圧係数

$$K_p = 1 / K_A = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2(\pi / 4 + \phi / 2)$$

0

盛土が抵抗できる最大の水平荷重

 $\Box K_P$ は  $K_A$  よりも圧倒的に大きい。 特に、 $\varphi$  が大きくなると。

φ(度)	$K_P$	$K_A$
30	3	0.33
35	3.34	0.3
40	3.8	0.26
45	4.41	0.227
50	5.27	0.19



●実際の破壊包絡線の形

なぜ、破壊包絡線が曲線なのか?

砂礫:拘束圧が大きくなると、せん断により粒子接点で粒子破砕が生じるから。

●直線近似に対する注意。

実際の破壊包絡線が $\sigma = 0$ の時に $\tau$ f=0 であり真のあるいは見かけの粘 着力がない場合でも、見かけ上cがあ る場合がある。

 $\rightarrow \sigma = 0$  に近い場合に  $\tau = c + \sigma \tan \phi$ そのままを適用すると、せん断強度を 過大評価する。

例) ロックフィルダムの表面近く。

上記の危険性を避け、ロック材は c=0 であると言うことを重視して、現在ま で

#### $\tau = \sigma \tan \phi$

を設計に用いてきた。

- 安全側であるが、強度の過小
   評価。非合理的な conservatism(非
   経済的)となっている。
- ■また、1995 年阪神淡路地 震以降 設計震度が上昇した。τ=σtanφを 設計に用いて、高い地震入力を用い て設計すると、著しく大きな断面と なる。不経済な結果となる。
- →(答え):曲線の破壊包絡線を直接 用いた方が合理的。







### 粘着力のある土が破壊する時の応力状態

- 1) 実際に粒子間が固結した土を有効応力で表現する時に必要になる。
- 2) 不飽和土の強度を全応力で表現する時に必要になる。  $\tau_f = \sigma' \cdot \tan \varphi' = (\sigma - u) \cdot \tan \varphi' = (-u) \cdot \tan \varphi' + \sigma \cdot \tan \varphi' = c + \sigma \cdot \tan \varphi'$

c=「見かけの粘着力」=(suction)・tanφ



## **等価拘束圧 σ \*= σ + c · cot** φ の導入

□ c・cot φ は、粘着力 c による土内部からの拘束圧と考えて、粘着力 c\*= 0 である仮想の等価な応力 状態を考える。 φ は、同一の値とする。

$$\Box \equiv 角形 O*MB に対して、 \sin \varphi = \frac{\overline{BM}}{\overline{O*M}} = \left(\frac{(\sigma_1 * - \sigma_3 *)/2}{(\sigma_1 * + \sigma_3 *)/2}\right)_{\max} = \left(\frac{\sigma_1 * - \sigma_3 *}{\sigma_1 * + \sigma_3 *}\right)_{\max}$$
$$\sigma_1 *= \sigma_1 + c \cdot \cot \phi, \ \sigma_3 *= \sigma_3 + c \cdot \cot \phi \\ \stackrel{\leftarrow}{\approx} \Pi \lor \neg \neg, \ \sin \phi = \left(\frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{\sigma_{1f} + \sigma_{3f} + 2c \cdot \cot \phi}\right) \\ \stackrel{\leftarrow}{\approx} \frac{\sigma_{1f} - \sigma_{3f}}{\sigma_{1f} + \sigma_{3f} + 2c \cdot \cot \phi}$$

破壊面上のクーロンの破壊基準は、

$$\frac{\tau_f}{\sigma_f^*} = \tan\phi \qquad \qquad \frac{\tau_f}{\sigma_f + c \cdot \cot\phi} = \tan\phi \ ; \ ieo \ (\tau_f = \sigma_f \cdot \tan\varphi + c)$$

[7章土のせん断強度 演習問題 7-4]

砂の圧密排水三軸圧縮試験を行った。次の応力状態で破壊した。
 有効拘束圧 σ<sub>3</sub>' (kgf/cm<sup>2</sup>) (kPa) 有効軸応力 σ<sub>1</sub>' (kgf/cm<sup>2</sup>) (kPa)
 2.0 98 8.0 392
 4.0 196 16.0 784

a)この応力状態を表す応力のモール円(二つ)を描け。

b) この応力状態を表す応力のモール円(二つ)に接する直線を描け。

c)破壊面での直応力  $\sigma'_{f}$  = 5 kgf/cm<sup>2</sup> (490 kPa)の時の、破壊面に発揮されるせん断強度  $\tau_{f}$ の値はいくらか?

2) 粘着力があると思われるある土の圧密排水三軸圧縮試験を行った。 次の応力状態で破壊した。

有効拘束圧 σ 3'(kgf/cm²)(kPa)有効軸応力 σ 1'(kgf/cm²)(kPa)0.5494.02943.019612.0980

a)この応力状態を表す応力のモール円(二つ)を描け。

b)この応力状態を表す応力のモール円(二つ)に接する直線を描け。

c)破壊面での直応力  $\sigma'_{f}$  = 2.0 kgf/cm<sup>2</sup> (98 kPa)の時の、破壊面に発揮されるせん断強度  $\tau_{f}$  の値はいくらか?

1) 
$$\sin \phi = (\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3})_{\max} = \frac{8 - 2}{8 + 2} = \frac{16 - 4}{16 + 4} = \frac{3}{5}, \quad \text{for } \tau, \quad \tan \phi = \frac{3}{4}$$
  
 $\tau_f = \sigma'_f \cdot \tan \phi = 5 \cdot \frac{3}{4} = 3.75 \quad (\text{kgf/cm}^2)$ 

2) 
$$\sigma_{1f} - \sigma_{3f} = 2c \cdot \cos \varphi + (\sigma_{1f} + \sigma_{3f}) \sin \varphi$$
 を用いて、  
 $4 - 0.5 = 2c \cdot \cos \varphi + (4 + 0.5) \sin \varphi$   
 $12 - 3 = 2c \cdot \cos \varphi + (12 + 3) \sin \varphi$ 

すなわち、

 $3.5 = 2c \cdot \cos \varphi + 4.5 \cdot \sin \varphi$  $9 = 2c \cdot \cos \varphi + 15 \cdot \sin \varphi$ 

両者の差を取ると、

$$5.5 = 10.5 \cdot \sin\varphi; \quad \sin\varphi = \frac{5.5}{10.5} = 0.524, \quad \varphi = 31.6^{\circ}$$

$$c = \frac{9 - 15 \sin\varphi}{2\cos\varphi} = \frac{9 - 15 \times 0.524}{2 \times 0.852} = 0.67 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$

$$\tau_f = \sigma_f \cdot \tan\varphi + c = 2 \cdot \tan(31.6^{\circ}) + 67 = 1.23 + 0.67 = 1.9 \quad (\text{kgf/cm}^2)$$