

[7章土のせん断強度 演習問題 7-1]

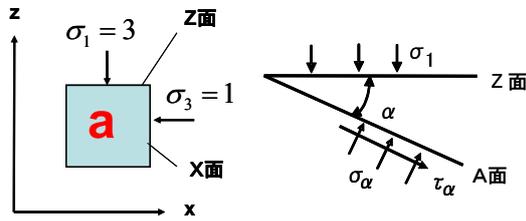


図 1

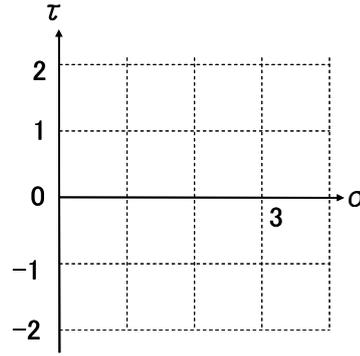
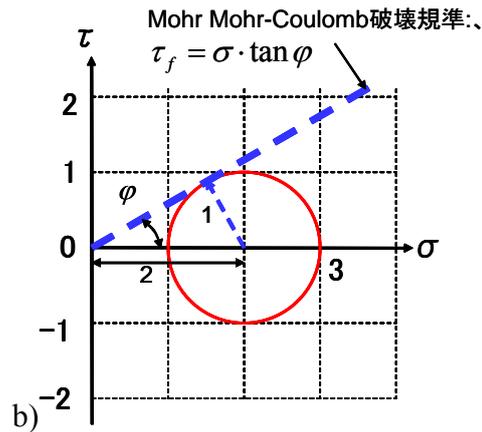
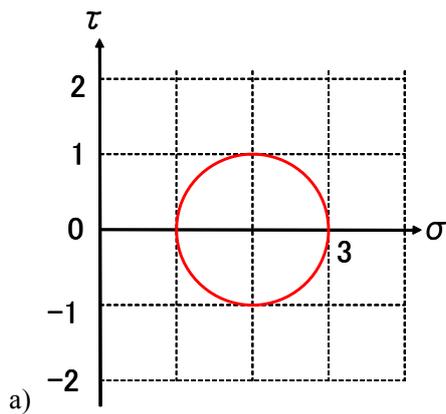


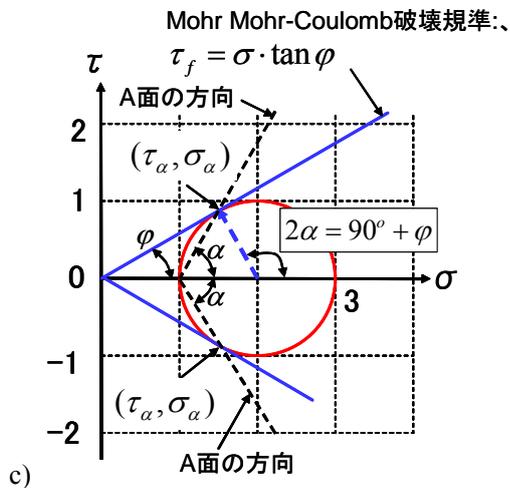
図 2

- a) 図 2 に、図 1 に示す応力状態を表す Mohr 円を描け。ただし、圧縮力は正である。
- b) 要素 a は、この応力状態でせん断破壊した。この土の Mohr Mohr-Coulomb 破壊規準は、 $\tau_f = \sigma \cdot \tan \phi$  で表される。この場合の内部摩擦角  $\phi$  (度) を求めて、この破壊規準を表す直線を図 2 に示せ。
- c) 図 1 に示すように Z 面となす角度が  $\alpha$  (度) である A 面に、直応力  $\sigma_\alpha$  (圧縮が正) とせん断応力  $\tau_\alpha$  (反時計回りが正) が作用している。応力比  $\tau_\alpha / \sigma_\alpha$  が最大となる角度  $\alpha$  (度) を求めて、その場合の A 面の応力状態を図 2 に描いた応力モール円上に示せ。

[答]



$\sin \phi = 1/2$  から、 $\phi = 30$  度



$2\alpha = 90^\circ + \phi$  から、 $\alpha = 45^\circ + \phi/2$

[7章土のせん断強度 演習問題 7-2]

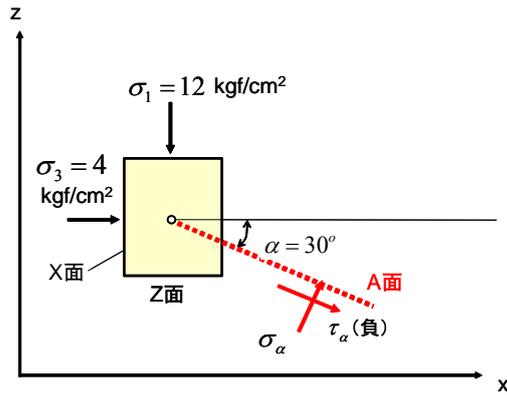


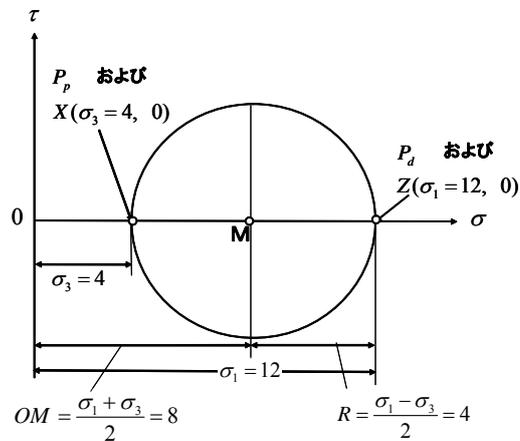
図 1

図 1 の要素 A に対して、図に示すような応力が作用している。

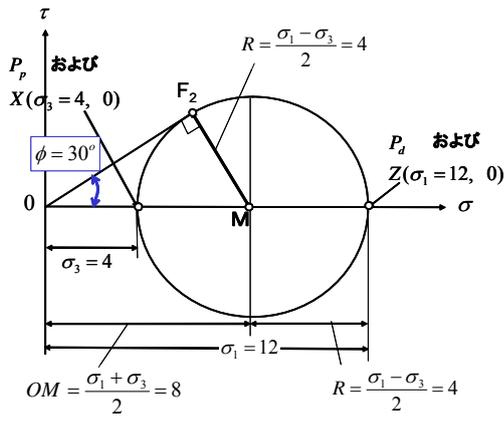
- 1) 上記の応力状態をあらわす Mohr 円を描け。
- 2) この応力状態で土が破壊したとする。この土には粘着力が無い。この場合の土の内部摩擦角  $\phi = \arcsin\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\}_{\max}$  を求めよ。
- 3) Z面と時計回りで 30 度をなす A 面に作用する直応力  $\sigma_\alpha$  とせん断応力  $\tau_\alpha$  の大きさを求めよ。
- 4) 応力比  $\tau/\sigma$  の絶対値が最大になる二つの最大応力傾角面が Z面となす角度  $\eta_1, \eta_2$  の大きさと、その面に作用するせん断応力  $\tau_f$  と直応力  $\sigma_f$  の大きさを求め、その応力状態を Mohr 円上に点  $F_1, F_2$  として示せ。

5)

[答]

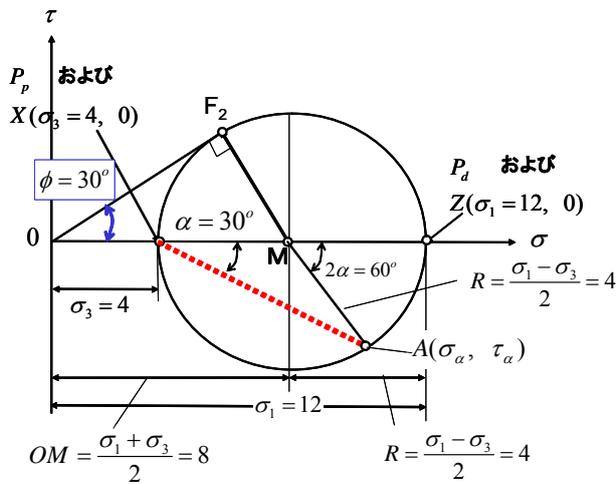


- 1) 上記の応力状態をあらわす Mohr 円。
- 2) この応力状態で土が破壊した時の土の内部摩擦角  $\phi = \arcsin\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\}_{\max}$  は、



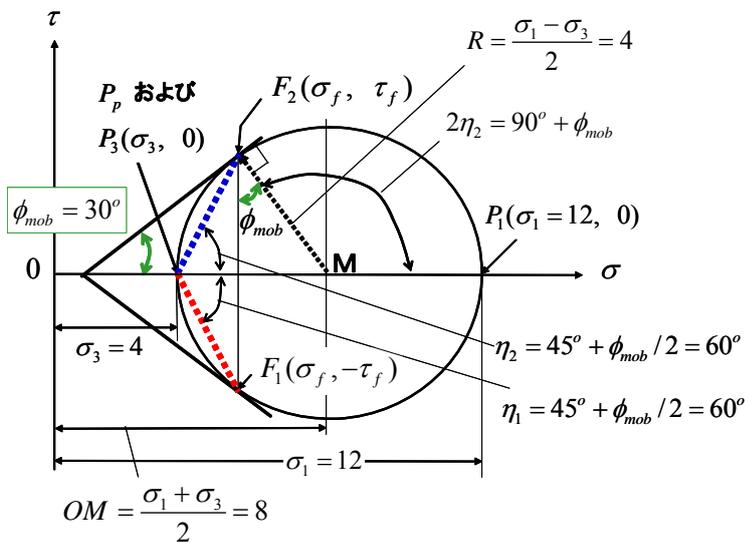
$$\sin \phi = \frac{F_2 M}{OM} = \frac{R}{OM} = \frac{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} : \phi = 30 \text{ 度}$$

3) Z面と時計回りで30度をなすA面に作用する直応力  $\sigma_a$  とせん断応力  $\tau_a$  の大きさは、



$$\sigma_a = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + R \cdot \cos(60^\circ) = 8 + 4 \cdot \frac{1}{2} = 10 \text{ (kgf/cm}^2\text{)} ; \quad \tau_a = -R \cdot \sin(60^\circ) = -4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -3.46 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

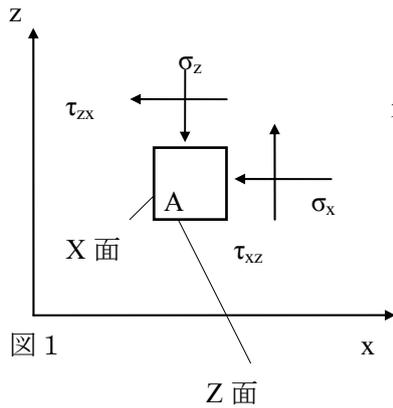
4) 応力比  $\tau/\sigma$  の絶対値が最大になる二つの最大応力傾角面がZ面となす角度  $\eta_1, \eta_2$  と、その面に作用するせん断応力  $\tau_f$  と直応力  $\sigma_f$  の大きさと、その応力状態を表す点  $F_1, F_2$  の Mohr 円での位置は、



$$\sigma_f = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin \varphi_{mob} = 8 - 4 \frac{1}{2} = 6 \text{ (kgf / cm}^2\text{)}$$

$$\tau_f = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos \varphi_{mob} = \pm 4 \frac{\sqrt{3}}{2} = \pm 3.46 \text{ (kgf / cm}^2\text{)}$$

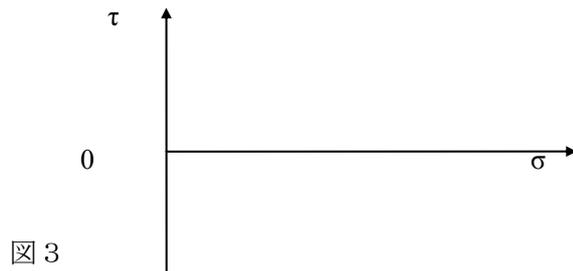
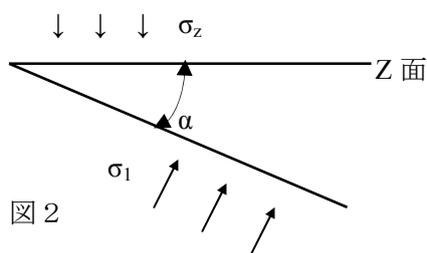
[7章土のせん断強度 演習問題 7-3]



矢印の方向が、それぞれ応力成分の正の方向とする。

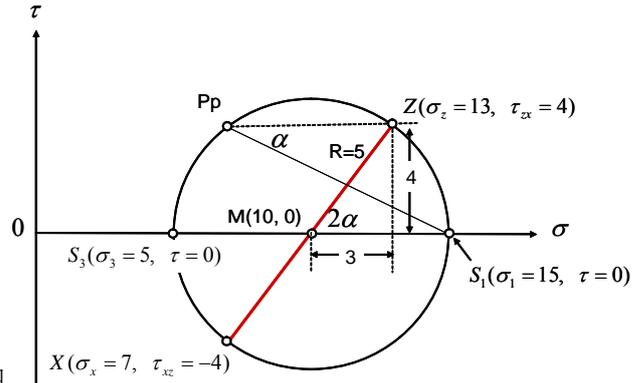
図1の要素Aに対して、以下の応力が作用している

$$\begin{aligned}\sigma_z &= 13.0 \text{ kgf/cm}^2 \\ \tau_{zx} &= 4.0 \text{ kgf/cm}^2 \\ \sigma_x &= 7.0 \text{ kgf/cm}^2 \\ \tau_{xz} &= -4.0 \text{ kgf/cm}^2\end{aligned}$$



- 1) 図3に、上記の応力状態をあらわす Mohr 円を描け。
- 2) 図3を参照して、最大主応力  $\sigma_1$  の大きさと、それが作用する面が x 軸となす角度  $\alpha$  (度) を求めよ。
- 3) この応力状態で土が破壊したとする。この土には粘着力が無い場合、この時の土の内部摩擦角  $\phi = \arcsin\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\}_{\max}$  を求めよ。
- 4) Z面から時計回りで60度をなすA面に作用する直応力  $\sigma_\alpha$  とせん断応力  $\tau_\alpha$  の大きさを求めよ。
- 5) 応力比  $\tau_\alpha/\sigma_\alpha$  の絶対値が最大になる二つの面がZ面となす角度  $\eta_1, \eta_2$  の大きさと、その面に作用するせん断応力  $\tau_f$  と直応力  $\sigma_f$  の大きさを求め、その応力状態を図3に描いた Mohr 円上に点  $F_1, F_2$  として示せ。
- 6) 図3で、点  $F_1, F_2$  の応力状態が作用している面 (最大応力傾角面) それぞれが、最小主応力  $\sigma_3$  が作用している方向 (即ち最大主応力  $\sigma_1$  が作用している面の方向) となす角度 (度) を求めよ。

[答]



1) この応力状態をあらわす Mohr 円

2) 最大主応力 ;

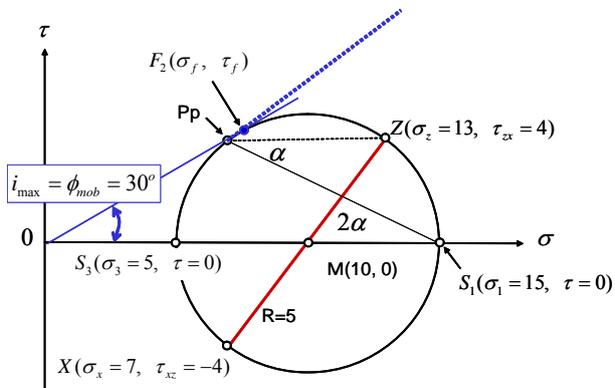
$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + R = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = \frac{13+7}{2} + \sqrt{\left(\frac{13-7}{2}\right)^2 + 4^2} = 10 + \sqrt{3^2 + 4^2} = 15 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

最小主応力 ;

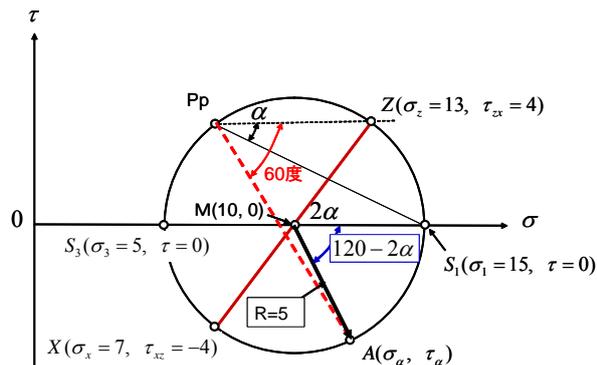
$$\sigma_3 = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - R = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = \frac{13+7}{2} - \sqrt{\left(\frac{13-7}{2}\right)^2 + 4^2} = 10 - \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

$\arctan 2\alpha = 4/3 = 53.1$  度、 $\alpha = 26.6$  度

3)  $\sin i_{\max} = \sin \phi_{\text{mob}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$       $i_{\max} = \phi_{\text{mob}} = 30$  度。この場合、 $i_{\max} = \phi = 30$  度



4) Z 面と時計回りで 60 度をなす A 面に作用する直応力  $\sigma_a$  とせん断応力  $\tau_a$  の大きさを求めよ。

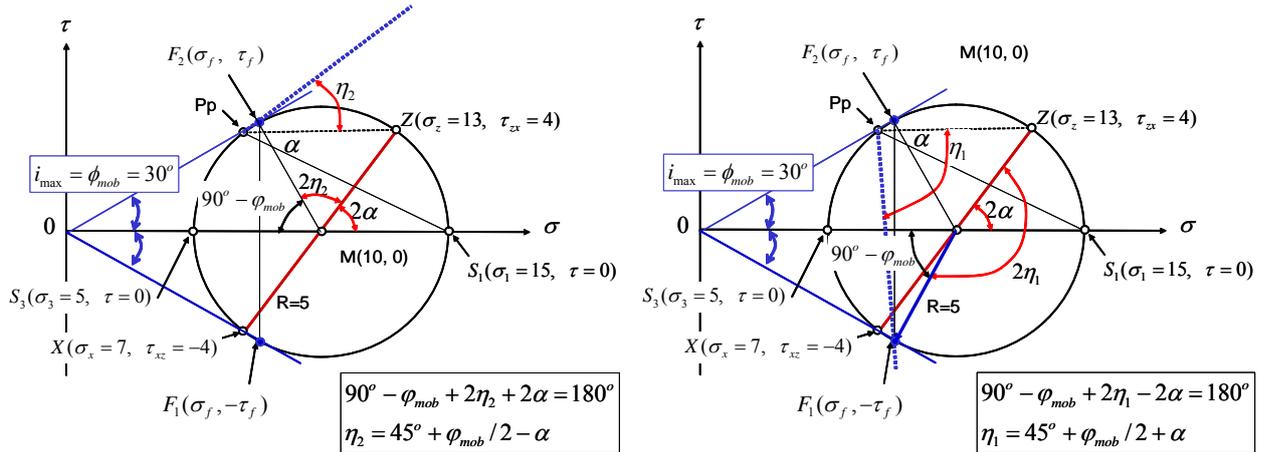


$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + R \cdot \cos(120 - 2\alpha) = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + R \cdot [\cos 120 \cdot \cos 2\alpha + R \cdot \sin 120 \cdot \sin 2\alpha]$$

$$= 10 + 5 \cdot \left[ -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{5} \right] = 10 + 5 \cdot \left[ -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{4}{5} \right] = 12.0$$

$$\tau_\alpha = -R \cdot \sin(120 - 2\alpha) = -R \cdot (\sin 120 \cdot \cos 2\alpha - \sin 2\alpha \cdot \cos 120) = -5 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{2} \right) = -4.6$$

5) 応力比  $\tau/\sigma$  の絶対値が最大になる二つの面がZ面となす角度  $\eta_1, \eta_2$  の大きさと、その面に作用するせん断応力  $\tau_f$  と直応力  $\sigma_f$  の大きさを求め、その応力状態を図3に描いた Mohr 円上に点  $F_1, F_2$  として示すと、



$$\eta_2 = 45^\circ + \varphi_{mob} / 2 - \alpha = 45^\circ + 30^\circ / 2 - 26.6^\circ = 33.4^\circ$$

$$\eta_1 = 45^\circ + \varphi_{mob} / 2 + \alpha = 45^\circ + 30^\circ / 2 + 26.6^\circ = 86.6^\circ$$

$$\sigma_f = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos(90^\circ - \varphi_{mob}) = 10 - 5 \frac{1}{2} = 7.5 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

$$\tau_f = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin(90^\circ - \varphi_{mob}) = \pm 5 \frac{\sqrt{3}}{2} = \pm 4.3 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

6) 図3で、点  $F_1, F_2$  の応力状態が作用している面（最大応力傾角面）のそれぞれが、最小主応力  $\sigma_3$  が作用している方向（即ち最大主応力  $\sigma_1$  が作用している面の方向）となす角度（度）は、

$$\eta_2 + \alpha = 45^\circ + \varphi_{mob} / 2 = 60^\circ$$

$$\eta_1 - \alpha = 45^\circ + \varphi_{mob} / 2 = 60^\circ$$

[7 章土のせん断強度 演習問題 7-4]

1) 砂の圧密排水三軸圧縮試験を行った。次の応力状態で破壊した。

有効拘束圧 $\sigma_3'$ (kgf/cm <sup>2</sup> ) (kPa)	有効軸応力 $\sigma_1'$ (kgf/cm <sup>2</sup> ) (kPa)
2.0      98	8.0      392
4.0      196	16.0     784

- a) この応力状態を表す応力のモール円 (二つ) を描け。  
 b) この応力状態を表す応力のモール円 (二つ) に接する直線を描け。  
 c) 破壊面での直応力  $\sigma'_f = 5 \text{ kgf/cm}^2$  (490 kPa) の時の、破壊面に発揮されるせん断強度  $\tau_f$  の値はいくらか？

2) 粘着力があると思われるある土の圧密排水三軸圧縮試験を行った。

次の応力状態で破壊した。

有効拘束圧 $\sigma_3'$ (kgf/cm <sup>2</sup> ) (kPa)	有効軸応力 $\sigma_1'$ (kgf/cm <sup>2</sup> ) (kPa)
0.5      49	4.0      294
3.0      196	12.0     980

- a) この応力状態を表す応力のモール円 (二つ) を描け。  
 b) この応力状態を表す応力のモール円 (二つ) に接する直線を描け。  
 c) 破壊面での直応力  $\sigma'_f = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$  (98 kPa) の時の、破壊面に発揮されるせん断強度  $\tau_f$  の値はいくらか？

[答]

$$1) \sin \phi = \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \right)_{\max} = \frac{8-2}{8+2} = \frac{16-4}{16+4} = \frac{3}{5}, \text{ 従って、} \tan \phi = \frac{3}{4}$$

$$\tau_f = \sigma'_f \cdot \tan \phi = 5 \cdot \frac{3}{4} = 3.75 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

2)  $\sigma_{1f} - \sigma_{3f} = 2c \cdot \cos \phi + (\sigma_{1f} + \sigma_{3f}) \sin \phi$  を用いて、

$$4 - 0.5 = 2c \cdot \cos \phi + (4 + 0.5) \sin \phi$$

$$12 - 3 = 2c \cdot \cos \phi + (12 + 3) \sin \phi$$

すなわち、

$$3.5 = 2c \cdot \cos \phi + 4.5 \cdot \sin \phi$$

$$9 = 2c \cdot \cos \phi + 15 \cdot \sin \phi$$

両者の差を取ると、

$$5.5 = 10.5 \cdot \sin \phi; \sin \phi = \frac{5.5}{10.5} = 0.524, \phi = 31.6^\circ$$

$$c = \frac{9 - 15 \sin \phi}{2 \cos \phi} = \frac{9 - 15 \times 0.524}{2 \times 0.852} = 0.67 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$

$$\tau_f = \sigma_f \cdot \tan \phi + c = 2 \cdot \tan(31.6^\circ) + 0.67 = 1.23 + 0.67 = 1.9 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$$