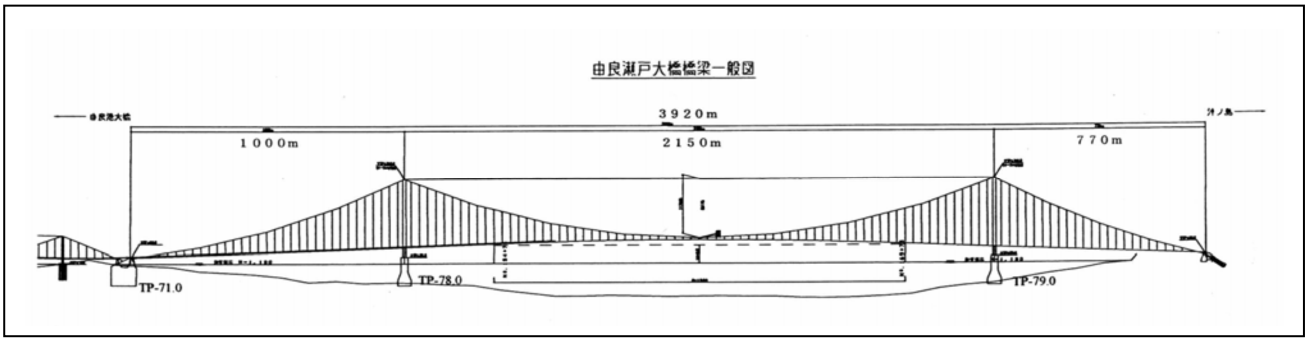
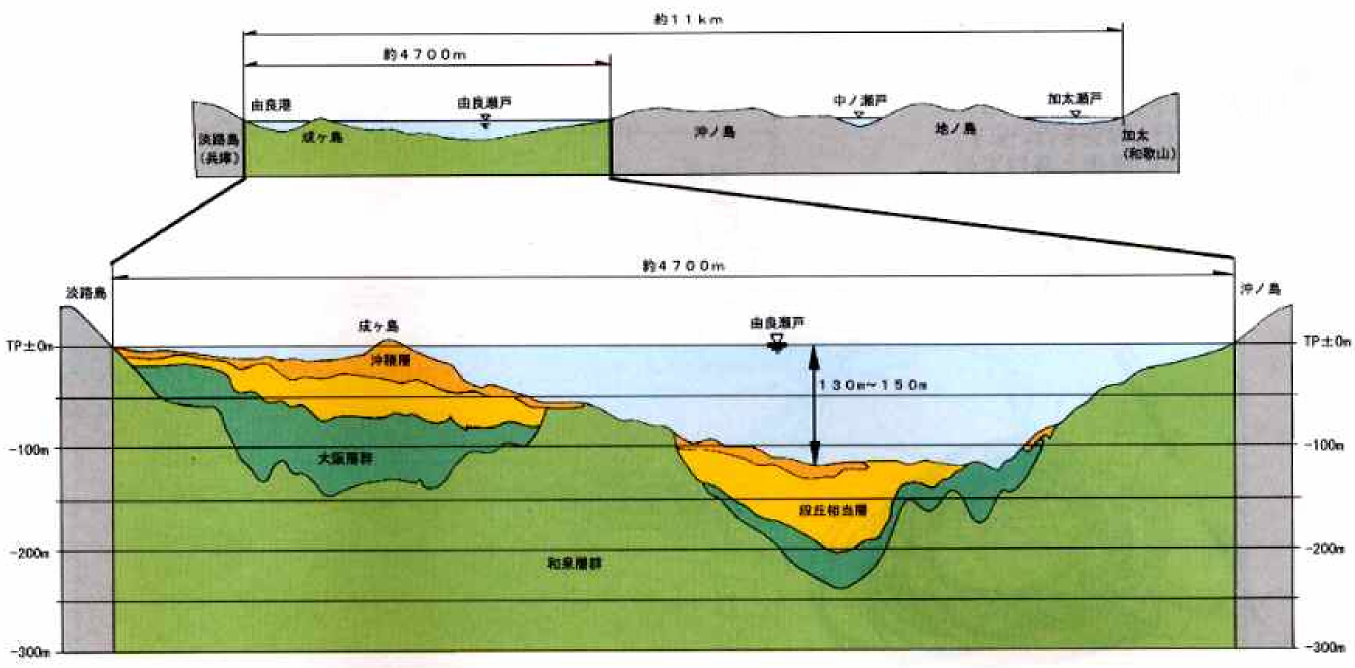

由良瀬戸大橋橋梁一般図
3920m
1000m
2150m
770m
TP-71.0
TP-78.0
TP-79.0

## ●地形地質縦断面図


約11km
約4700m
由良港
由良瀬戸
中ノ瀬戸
加太瀬戸
淡路島
(兵庫)
成ヶ島
沖ノ島
地ノ島
加太
(和歌山)
約4700m
淡路島
沖ノ島
TP±0m
成ヶ島
沖積層
由良瀬戸
130m~150m
大阪層群
段丘相当層
和泉層群
-100m
-200m
-300m

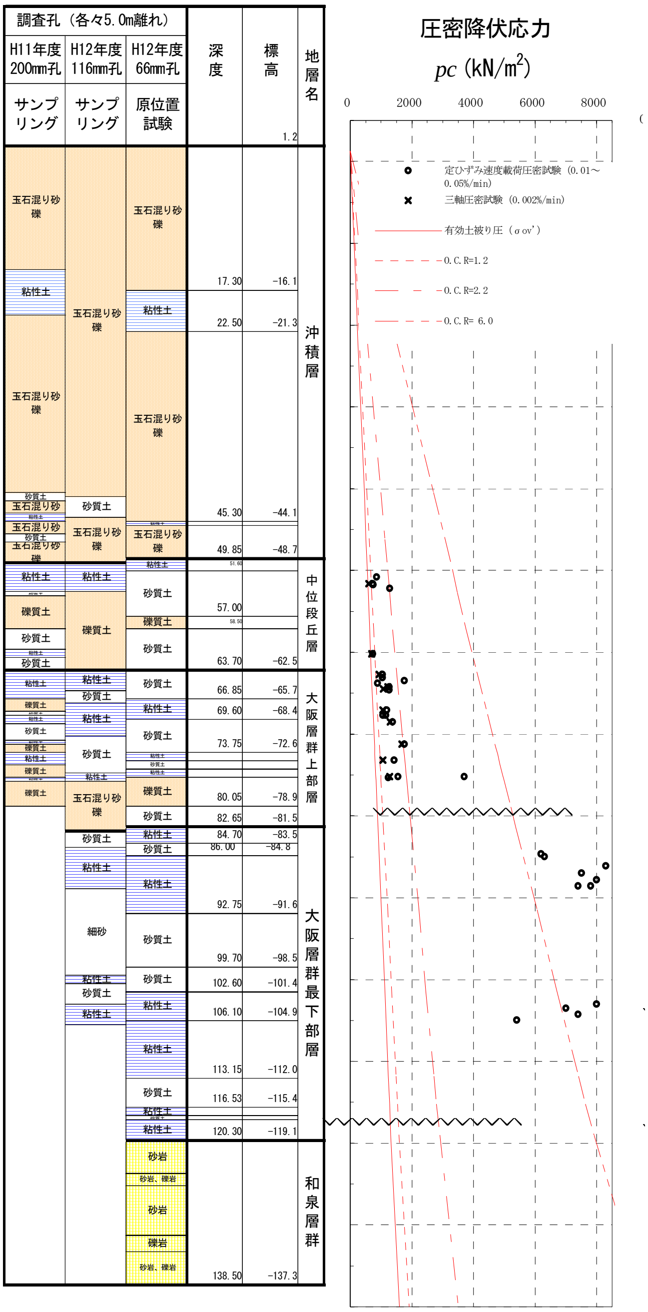



図 1　地層区分及び深度～pc

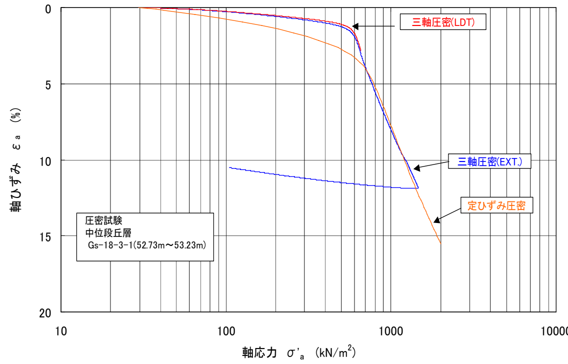



図-2 圧密圧力～軸ひずみ関係（中位段丘層）

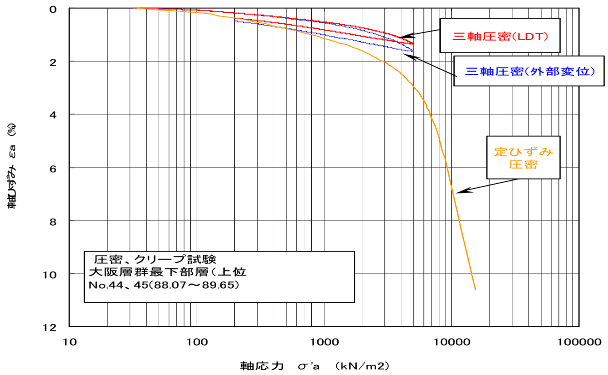



図-3 圧密圧力～軸ひずみ関係（大阪層群上部層）

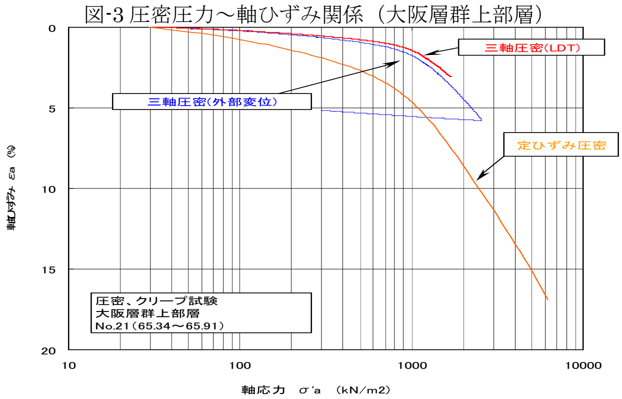



図-4 圧密圧力～軸ひずみ関係（大阪層群下部層）

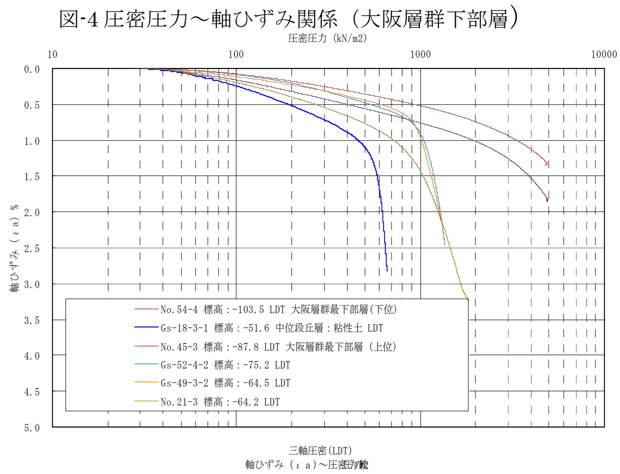


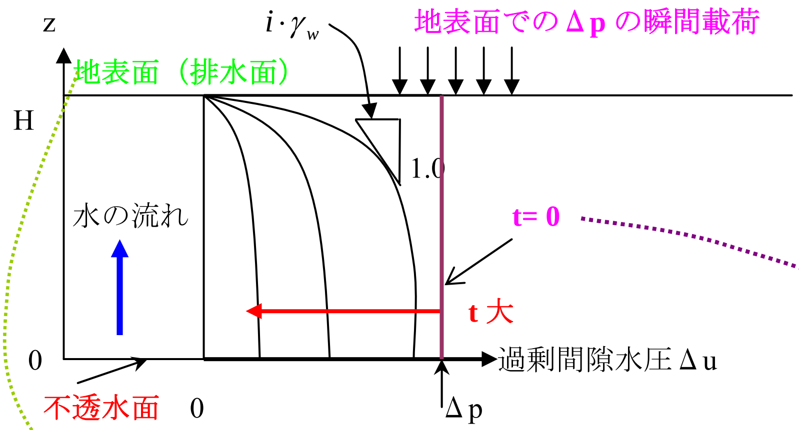

図-5 圧密圧力～軸ひずみ関係（LDT）

圧密方程式

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 (\Delta u)}{\partial z^2} : \qquad c_v = \frac{k}{\gamma_w \cdot m_v} \qquad (6.22)$$

圧密方程式： $c_v$：圧密係数（coefficient of consolidation）：圧密速度を表す係数（単位： $cm^2/sec$）。

● 解の例）




$$\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 (\Delta u)}{\partial z^2} : \quad c_v = \frac{k}{\gamma_w \cdot m_v} \qquad (6.22)$$

距離に関する二回の偏微分→*二つの境界条件が必要*

$\Delta u(z=H)=0$; $\quad \frac{\partial \Delta u}{\partial z}(z=0)=0$

時間に関する一回の偏微分→*初期条件が必要*

Δu(z) (t=0)を与える；一般的には、任意の初期分布

（上図の例では、 **Δu(z) (t=0)= Δp**）

● 変数分離法

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 (\Delta u)}{\partial z^2} : \quad c_v = \frac{k}{\gamma_w \cdot m_v} \qquad (6.22)$$

$$\boldsymbol{\Delta u = Z(z) \cdot X(t)} \qquad (6.29)$$

式(6.29)を式(6.22)に代入すると次式を得る。

$$Z \frac{\partial X}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} X$$

両辺を $Z \cdot X \cdot c_v$ で除すと次式を得る。

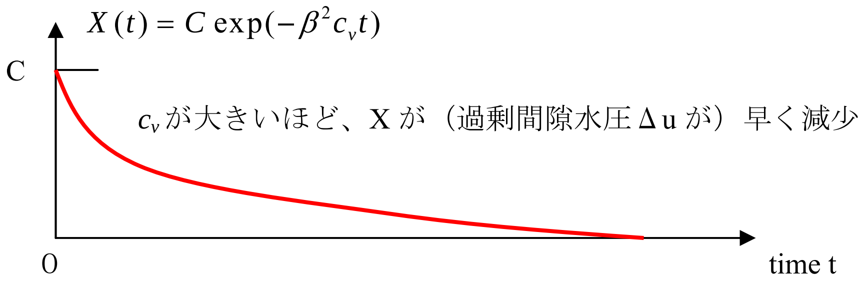
$$\frac{1}{c_v X} \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = -\beta^2 (\prec 0) \quad （定数） \qquad (6.30)$$

ここで、左辺は t だけの関数であり、右辺は z だけの関数であるので、両辺が等しいと言うことは、両辺は定数であることを意味する。後での便利さを考えて定数を$-\beta^2$と置く。

式(6.30)の解は：

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} + \beta^2 Z = 0 \qquad (6.31) \qquad \rightarrow \qquad Z(z) = A\cos\beta z + B\sin\beta z \qquad (6.33)$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} + c_v \beta^2 X = 0 \qquad (6.32) \qquad \rightarrow \qquad X(t) = C\exp(-\beta^2 c_v t) \qquad (6.34)$$




● 二つの境界条件を用いる：

まず、z= 0 で$\frac{\partial \Delta u}{\partial z}(z=0)=0$である。X(t)≠0 なので、この境界条件は、$\frac{\partial Z}{\partial z}(z=0)=0$を意味する。

一方、式(6.33)から$\frac{\partial Z}{\partial z} = -A\cdot\beta\sin\beta z + B\cdot\beta\cos\beta z$

従って、$\frac{\partial Z}{\partial z}(z=0)=0$を用いると、 $\frac{\partial Z}{\partial z}(z=0) = 0 + \beta\cdot B = 0$、 従って、B=0。

従って、$Z = A\cdot\cos\beta z$ が得られる。

次に、境界条件Δu(z= H)= 0 は、X(t)≠0 なので、Z(z= H)=0 を意味する。これを用いると、次式が得られる。

Z(z= H)= A・cos β H= 0

A=0 だと、(6.33)から常に Z=0、従って常にΔu= 0 である。これは有り得ない。A≠0 なので、

Z(z= H)= A・cos β・H= 0

が得られる。この式から、次式が得られる。

**cos β・H= 0**

これの一般解は、

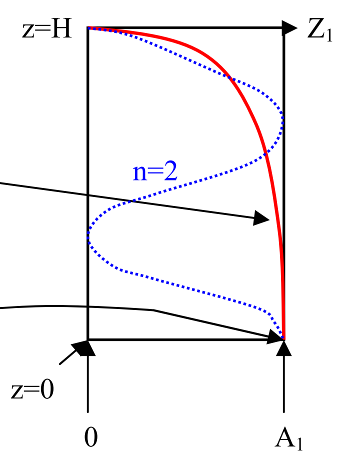
$$\beta_n = \frac{2n-1}{2}\frac{\pi}{H} \qquad (6.35)$$

従って、$Z_n = A_n\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})$ (6.36)

n= 1 の時は、

$$\beta_1 = \frac{1}{2}\frac{\pi}{H} \quad , \qquad Z_1 = A_1\cos\frac{\pi}{2}\frac{z}{H}$$

$$\frac{\partial Z_1}{\partial z} = 0$$



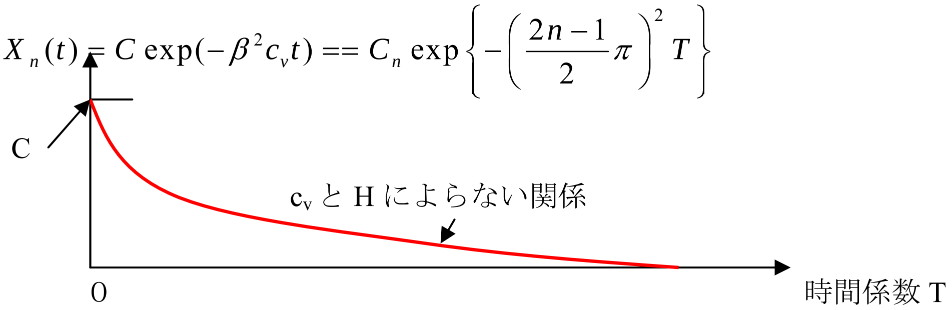

従って、式(6.35)を式(6.34)に代入して、n = n に関する X の解を得る。

$$X_n(t) = C\exp(-\beta^2 \cdot c_v \cdot t) = C_n \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\right)^2\left(\frac{\pi}{H}\right)^2 \cdot c_v \cdot t\right\} = C_n \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\}$$

(6.37)

(6.37)式は、物性 $c_v$、寸法 H を含まない一般的な式であることに注意。

ここで、$T = \dfrac{c_v \cdot t}{H^2}$　正規化された無次元の時間； 時間係数 である。




従って、n に対する Δu の解は、次式のようになる。

$$\Delta u_n = X_n(t) \cdot Z_n(z) = A_n \cdot C_n \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\} \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H}\right) \qquad (6.38)$$

一般解は全ての n に対する解の集合であるので、 未定係数 $A_n \cdot C_n = A_n$ とおくと次式を得る。

$$\Delta u = \sum_{n=1}^{\infty} u_n = \sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n \cdot \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\} \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H}\right)\right] \qquad (6.39)$$

● 初期条件；既知の値 Δu(z) (t=0)、すなわち Δu(z) (T= 0)を用いると、次式を得る。

$$\Delta u(z)(T=0) = \sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H}\right)\right] \qquad (6.40)$$

未定係数 $A_n$ を求めるために、両辺に $\cos\left(\dfrac{2m-1}{2}\pi\dfrac{z}{H}\right)$ を掛けて、z= 0 – H の間で積分する。

$$\int_{z=0}^{H} \Delta u(z)(T=0) \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2}\pi\frac{z}{H}\right) \cdot dz = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \int_{z=0}^{H} \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H}\right) \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2}\pi\frac{z}{H}\right) \cdot dz$$

(6.41)

右辺は、n= m の項以外は全てゼロであり、次式を得る。

$$\int_{z=0}^{H} \Delta u(z)(t=0) \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2}\pi\frac{z}{H}\right) \cdot dz = A_m \int_{z=0}^{H} \frac{\cos\{(2m-1)\pi\frac{z}{H}\}+1}{2} \cdot dz = A_m \cdot \frac{H}{2} \qquad (6.42)$$

ここで、m を n として、$A_m$ を $A_n$ とすると次式を得る。

$$A_n = \frac{2}{H}\int_{z=0}^{H} \Delta u(z)(t=0) \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H}\right) \cdot dz \qquad (n= 1, 2, \cdots \infty) \qquad (6.43)$$

したがって、一般解は次式となる。

$$\Delta u = \frac{2}{H}\sum_{n=1}^{\infty}[\underbrace{\exp\{-(\frac{2n-1}{2}\pi)^2 T\}}_{\text{時間に関する項}} \cdot \underbrace{\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})\cdot\int_{z=0}^{H}\Delta u(z)(t=0)\cdot\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})]\cdot dz}_{\text{距離に関する項}} \tag{6.44}$$

● 初期条件が、Δu(z) (t=0)= Δp の時、(6.44)の右辺で次のようになる。

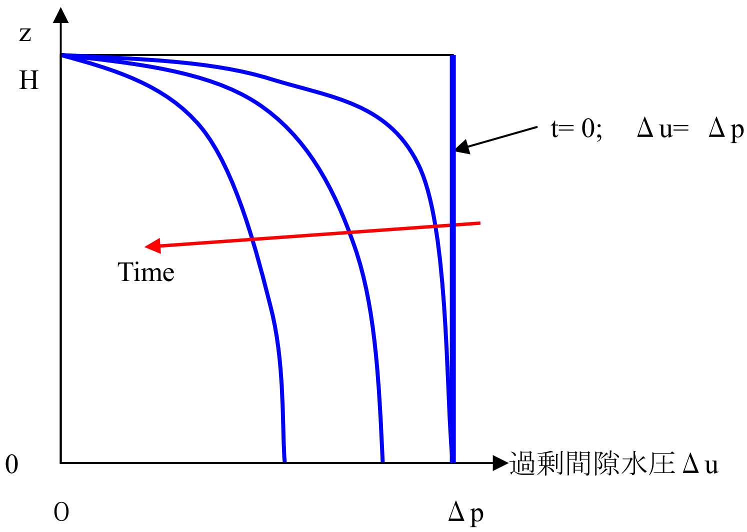
$$\int_{z=0}^{H}\Delta u(z)(t=0)\cdot\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})\cdot dz = \Delta p\cdot\int_{z=0}^{H}\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})\cdot dz =$$

$$\Delta p\cdot[\frac{2H}{(2n-1)\pi}\sin(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})]_{z=0}^{H} = \Delta p\cdot\frac{2H}{(2n-1)\pi}[\sin(\frac{2n-1}{2}\pi)-0] = \frac{2H\cdot\Delta p\cdot(-1)^{n+1}}{(2n-1)\pi}$$

したがって、一般解は、

$$\Delta u = \frac{4\Delta p}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}[(\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}\cdot\exp\{-(\frac{2n-1}{2}\pi)^2 T\}\cdot\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})] \tag{6.45}$$

$\exp\{-(\frac{2n-1}{2}\pi)^2 T\}$ はΔu の時間的変化、$\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})$ は空間的変化を表す。



## 圧密度

Δu(z)(t=0)=Δp　（一定）の時、

$$\Delta u(z)=\frac{4\Delta p}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}\cdot\exp\{-(\frac{2n-1}{2}\pi)^2T\}\cdot\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})\right] \qquad (6.45)$$

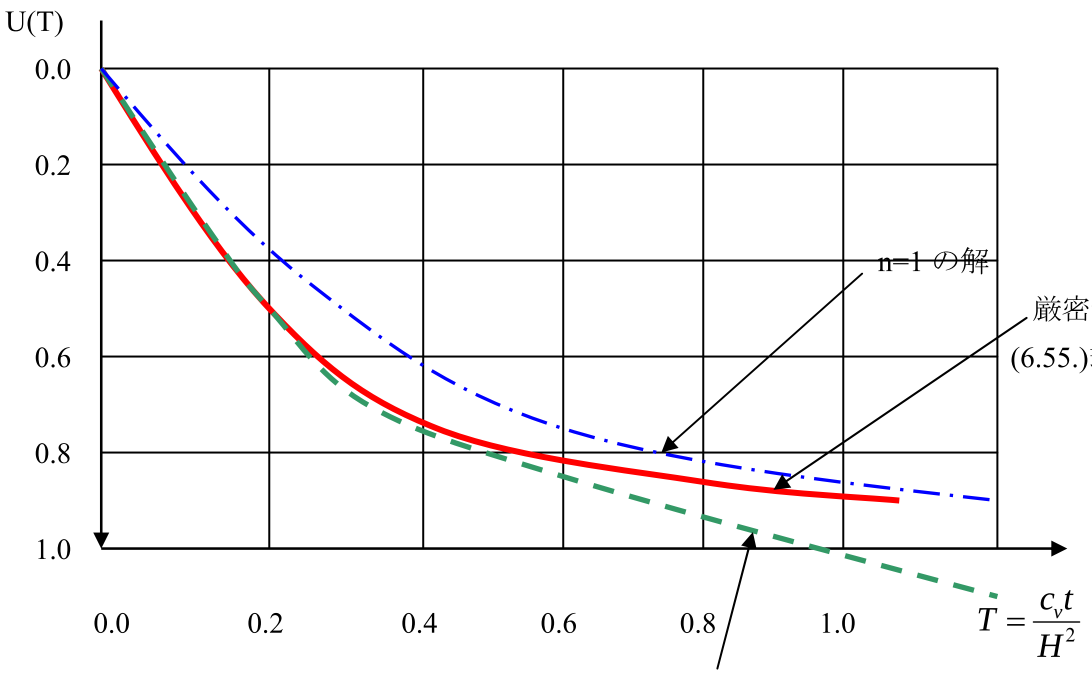
から　$$\int_{z=o}^{H}\Delta u(z)\cdot dz=\frac{4\Delta p}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}\cdot\exp\{-(\frac{2n-1}{2}\pi)^2T\}\cdot\int_{z=0}^{H}\cos(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})\cdot dz\right]$$

$$=\frac{4\Delta p}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[(\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}\cdot\exp\{-(\frac{2n-1}{2}\pi)^2T\}\cdot\frac{2H}{(2n-1)\pi}\underbrace{[\sin(\frac{2n-1}{2}\pi\frac{z}{H})]_0^H}_{(-1)^{n+1}}\right]$$

$$U_s=U(T)=1-\frac{\int_{z=0}^{H}\Delta u(z)dz}{\int_{z=0}^{H}\Delta u(z)(t=0)dz}=1-\frac{\int_{z=0}^{H}\Delta u(z)dz}{\Delta p\cdot H}$$

$$=1-\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}[(\frac{1}{(2n-1)^2}\cdot\exp\{-(\frac{2n-1}{2}\pi)^2T\} \qquad (6.55)$$

**$U_s$=U(T)は、**$T=\dfrac{c_v t}{H^2}$だけの関数。

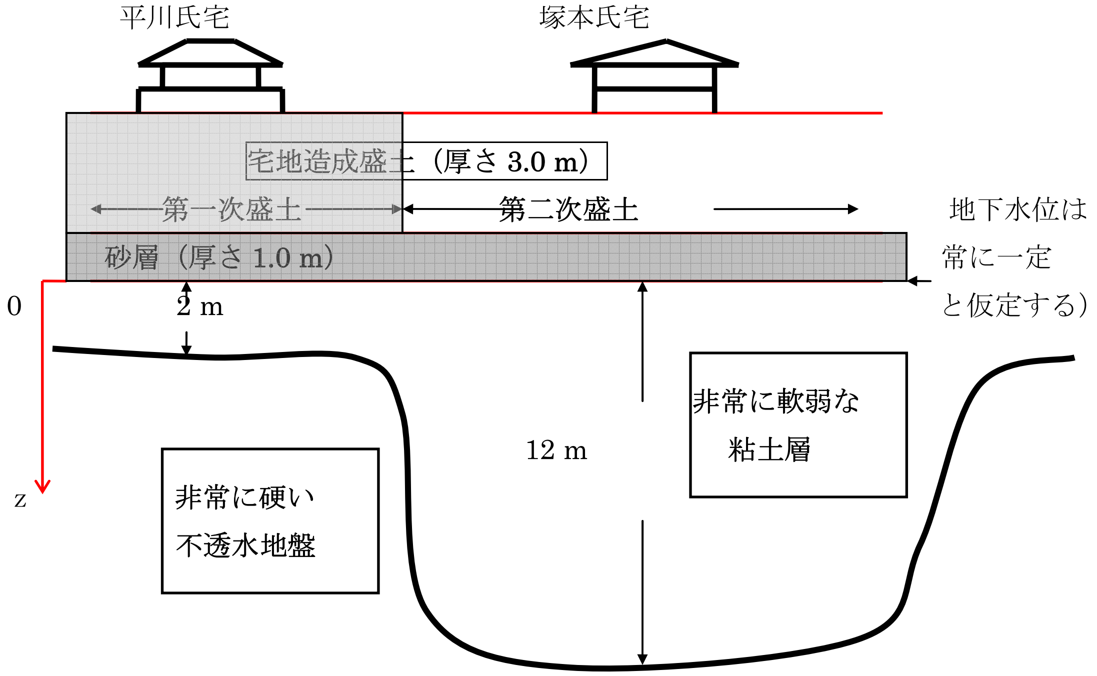



近似解 $U(T)=\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{T}$ 　(6.63)

T= 0.5 程度までは、厳密解と殆ど同じ。→圧密試験結果の解析に利用。

(6.55)は複雑すぎて、そのまま実務に用いるのは難しい。

■圧密速度の計算に関する演習




ウルム氷河時代に形成された河谷底とその周辺に、一様な非常に軟弱な粘土地盤が堆積している。上図のような地盤上に、龍岡不動産（有）が全く地盤改良せずに宅地を造成した。

1) 砂層の平均間隙比は 0.7, 飽和度は 50 %、$G_s$= 2.7 である。
2) 粘土層の平均的初期間隙比 $e_0$ は 3.5, 粒子比重 $G_s$ は 2.6 である。
3) 造成盛土の平均間隙比は 0.6, 飽和度は 30 %、$G_s$= 2.7 である。

この粘土層を改良せずに第一次宅地盛土を急速に造成した所、30 cm の地盤沈下が 3 ヶ月間で終了した（厳密には、３ヶ月で圧密度が 92 % になった）。

第一次盛土造成による地盤沈下が終了してから、平川氏宅を建設して販売した。翌年、第二次盛土造成し、盛土後 4 ヶ月たってから塚本氏宅を 4 ヶ月間かけて建設し、直ちに販売した。塚本氏は、すぐに引っ越してきて住み始めた。以下の問いに答えよ。

a) 塚本氏が住み始めたときの沈下率（cm／月）を、U-T 関係の図を参照して求めよ。沈下量 S の計算には、超簡便法 $S=H\cdot C_c\cdot(\Delta p/p_0)/\{2.3(1+e_0)\}$を用いて良い。ただし、H：粘土層厚、$C_c$: 圧縮指数、$\Delta p$、$p_0$：粘土層中央高さでの増加圧力と初期圧力である。
b) 塚本氏宅には、住み始めてから、どのような問題が生じると思われるか？　なお、龍岡不動産（有）は、塚本氏の住宅を販売した直後に偽装倒産し、社長は現在所在不明である。
c) 上記の塚本氏宅の問題は、「仮に、厚さ 12 m の粘性土地盤にサンドパイルを打ち込み、厚さ 3 m の盛土と更に厚さ 2 m 程度の盛土 B をして一定の期間放置して地盤沈下を十分生じさせた後、盛土 B を除去してから塚本氏宅を建設する」と解決する。そのメカニズムを、土質力学的に説明せよ。
d) 粘土の物性として、あなたが行った土質実験の結果を用いて、次の問に答えよ。
—第一次盛土造成をすると、

1) 最終的にどの程度の沈下 (cm)が生じると予測されるか？
2) 地盤沈下の 92 % が終了するのに、どの程度かかると思われるか？

**a), b)に対する答**　（なるべく計算量を減らす工夫が必須）

１）　準備

厚さ 1.0 m の砂層の全単位体積重量

$\gamma_t=\{(G_s+S_r\cdot e_0)/(1+e_0)\}\cdot\gamma_w=(2.7+0.5\cdot 0.7)/(1+0.7)=1.79$ tonf/m$^3$

粘性土の有効単位体積重量

$\gamma'=\{(G_s-1.0)/(1+e_0)\}\cdot\gamma_w=(2.6-1.0)/(1+3.5)=0.356$ tonf/m$^3$

平川氏邸に対する粘土層中央高さでの初期圧力$(p_0)_I=\gamma_t\cdot(H=1\text{ m})+\gamma'\cdot(H/2=1\text{m})=$

$1.79\ (\text{tonf/m}^3)\text{x}1.0\ (\text{m})+0.356\ (\text{tonf/m}^3)\ \text{x}\ 1\ (\text{m})=2.15\ \text{tonf/m}^2$

塚本氏邸に対する粘土層中央高さでの初期圧力$(p_0)_K=\gamma_t\cdot(H=1\text{ m})+\gamma'\cdot(H/2=6\text{m})=$

$1.79\ (\text{tonf/m}^3)\text{x}1.0\ (\text{m})+0.36\ (\text{tonf/m}^3)\ \text{x}\ 6\ (\text{m})=3.93\ \text{tonf/m}^2$

２）　平川氏宅の沈下記録から、圧密係数 $c_v$ を求める。圧密度Uと時間係数Tの関係から圧密度 U= 92 % の時の時間係数 $T=c_v\cdot t/H^2$ は 1.0 であるので、t=３ヶ月、$H_I=2$ m を用いて、$c_v=4/3(\text{m}^2/\text{month})$ である。

３）　塚本氏が住み始めたときは t=８ヶ月である。この時の T は、$H_K=12$ m なので、$c_v=4/3(\text{m}^2/\text{month})$ を用いると、$T=c_v\cdot t/H^2=0.074$ であり、この時圧密度 U と時間係数 T の関係から圧密度 U= 0.3 程度である。この時の、沈下速度 dU/dT を図から読みとると 2.0 程度である。

４）　塚本氏邸の T= 1.0 の時の沈下量 $(S_0)_M$ を求める。$S=H\cdot C_c\cdot(\Delta p/p_0)/\{(2.3(1+e_0)\}$ ($p_0$ : 粘土層中央高さでの初期圧力)で、Δp は両邸に対して同じであることを用いて、

$(S_0)_M=$ (平川氏邸の T= 1.0 の時の沈下量= 0.3 m)$\cdot(H_M/H_T)\cdot\{(p_0)_M/(p_0)_T\}=$

$=(0.3\text{ m})\cdot(12/2)\cdot(2.15/3.93)=0.98$ m

５）　従って、塚本氏が住み始めたときの沈下率 dS/dt（cm／月）、

$dU/dT=d(S/S_0)/d(c_v\cdot t/H^2)=dS/dt\cdot(H^2/c_v)/S_0$ から、

$dS/dt=S_0\cdot(c_v/H^2)\cdot dU/dT=0.98\cdot(4/3)/(12^2)\cdot 2=2$ (cm/month)程度。

塚本氏は、この程度の小さい沈下率には、すぐには気がつかない可能性がある。しかし、時間とともに沈下が明確になり、それとともに不等沈下が生じ、扉が開かない、床が傾斜する、等々住むに耐えなくなる可能性が高くなる。

**c) に対する答：**

サンドパイル打設の第一の効果は、粘性土地盤内の排水距離を大幅に減少させることである。圧密終了までに必要な時間は排水距離の二乗に比例するから、例えばサンドパイルの間隔が 2 m 程度とすると、この H = 12 m の粘性土地盤では排水距離が 1/12 程度になり、盛土 B を行った場合 3 ヶ月程度圧密が終了する。また、盛土 B により粘土地盤に圧密が生じると、盛土 B を除去した後は粘土地盤は過圧密状態となり、盛土 B よりも軽い塚本氏宅を建設しても、粘土地盤の圧縮量は圧倒的に減少する。