

6. 2 圧密理論

6. 2. 1 圧密方程式の誘導

粘土層の圧密

原因とメカニズム

- ◆地下水位の低下
- ◆盛土建設

最終圧縮量と圧縮速度

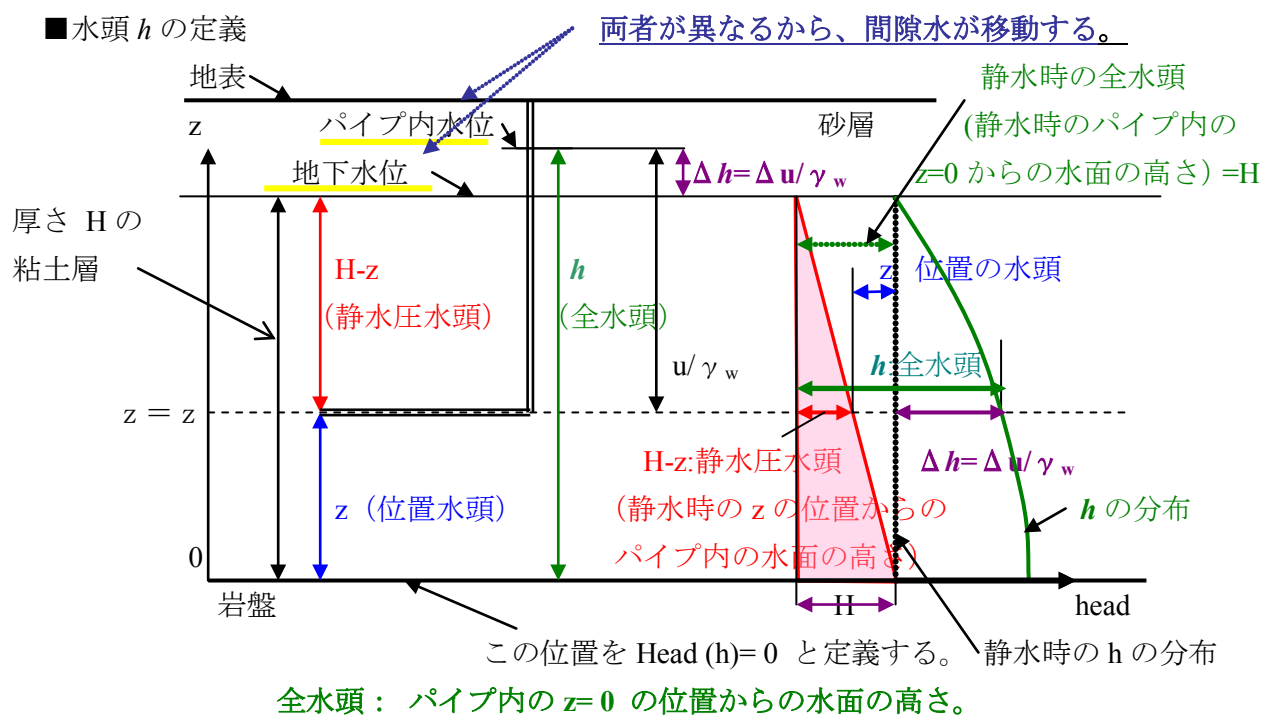
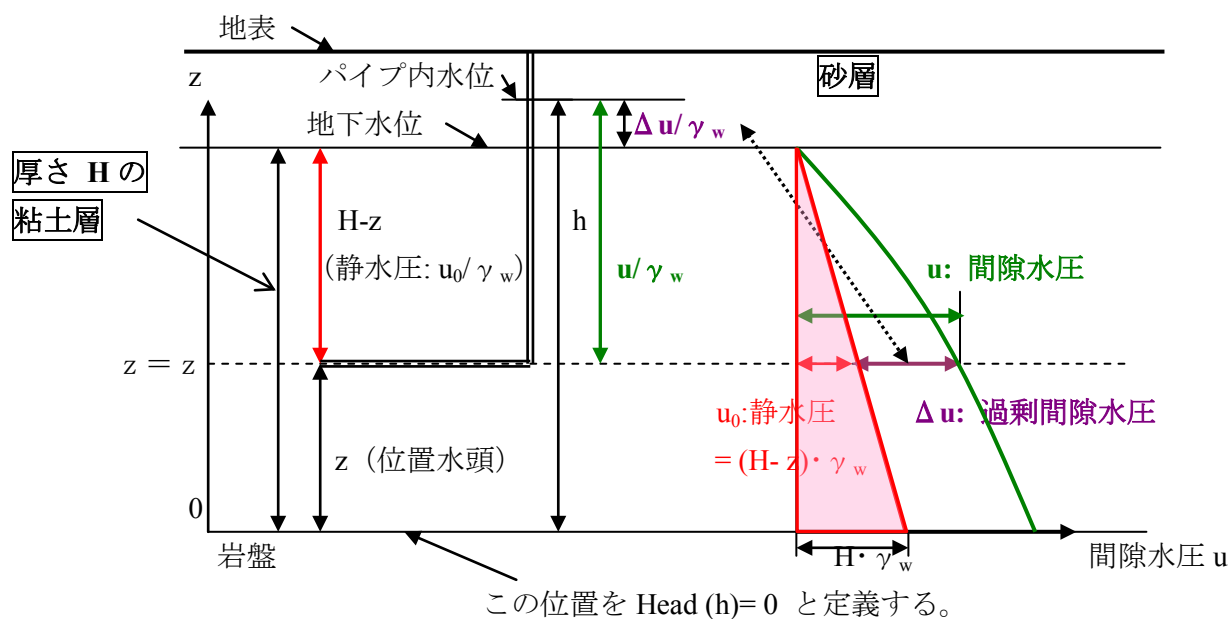
記号の統一

間隙水圧 (絶対圧) : u_w

間隙水圧 (gauge 圧) : $u = u_w - p_a$ (大気圧)

過剰間隙水圧 : Δu (教科書は、これを u と記している。初期状態が $u_w = p_a$ で $u=0$ の時で、 $u = \Delta u$ の状態を対象にしている)

微小の増分 : $du, d(\Delta u), dt$ の様に表現

■水頭 h の定義■間隙水圧 u の定義

(全) 水頭 h : パイプ内の水面の「 $z=0$ の面からの高さ」

全水頭 = 静水圧水頭 + 位置の水頭 + (過剰間隙水圧 Δu) / γ_w

$$h = (H - z) + z + \Delta u / \gamma_w \quad (6.13)$$

$$= H \text{ (静水圧時の全水頭)} + \Delta u / \gamma_w$$

全水頭 - 位置の水頭 = 静水圧水頭 (= u_0 / γ_w) + (過剰間隙水圧 Δu) / γ_w
($\times \gamma_w$)

間隙水圧 u = 静水圧 u_0 + 過剰間隙水圧 Δu

pore water pressure = hydro-static pressure + Excess pore water pressure

過剰間隙水圧 Δu = 間隙水圧 u - 静水圧 u_0

Excess pore water pressure = pore water pressure - hydro-static pressure

有効応力 = 全応力 - 間隙水圧

$$\sigma' = \sigma - u,$$

$$\sigma = \int \gamma_{total}(z) \cdot d(\text{depth}); \text{ 浸透圧が無い静水時 } \sigma' = \int \gamma'(z) \cdot d(\text{depth})$$

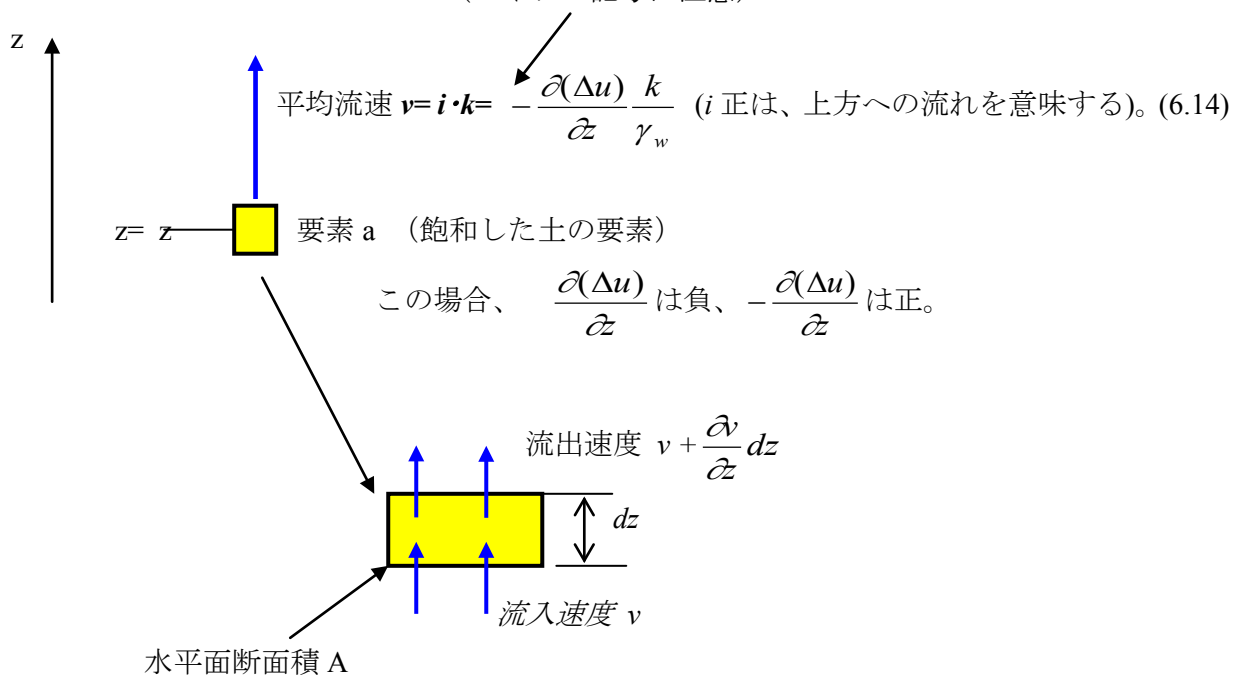
水の流れを支配する Darcy 則

$v = i \cdot k$ (今、 i の正は上方への流れと定義する)。

(6.13)式で H は定数だから、

$$\bullet \quad z = z \text{ での動水勾配: } i = -\frac{\partial h}{\partial z} = -\frac{\partial (H + \Delta u / \gamma_w)}{\partial z} = -\frac{\partial (\Delta u / \gamma_w)}{\partial z} = -\frac{\partial (\Delta u)}{\partial z} \frac{1}{\gamma_w}$$

(マイナス記号に注意)



● 要素 a から、時間増分 dt の間に排出される水の量： $dq = \frac{\partial v}{\partial z} dz \cdot A \cdot dt$ (6.12)

● (6.12) + (6.14) から； $dq = -\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} \right\} \cdot dz \cdot A \cdot dt$ (6.15)

Darcy 式：これまでに用いた、唯一の物性(k)を含む式。

連続の式 要素 a は、飽和しているから

「流出した間隙水の量 dq 」 = 「要素の体積減少量 dV 」 = $d\varepsilon_v \cdot dz \cdot A$

・体積ひずみ = 「間隙の減少量 / 体積」： $d\varepsilon_v = \frac{dV_v}{V} = -\frac{de \cdot V_s}{(1+e) \cdot V_s} = -\frac{de}{1+e}$

・時間 dt の間に生じた間隙比の減少量は $de = \frac{\partial e}{\partial t} \cdot dt$ なので、

$$dq = dV = d\varepsilon_v \cdot dz \cdot A = -\frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \cdot dz \cdot A \cdot dt \quad (6.16)$$

● (6.15) = (6.16) から、

$$-\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (6.17a)$$

$$\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} \right\} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (6.17)$$

次に、 u と e の関連をつける必要がある。

粘土の圧縮性を表す式 (有効応力～ひずみ関係)

● いま、ある深さ z で全応力 σ が一定であり、静水圧を u_0 とすると、

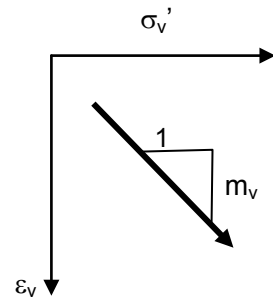
$$\sigma = \sigma' + u = \sigma' + \Delta u + u_0 = \text{一定。また、} u_0 = \text{一定}$$

$$\text{従って、} d(\Delta u) = -d\sigma'$$

$$\text{また、} d\sigma' = \frac{1}{m_v} d\varepsilon_v \quad (m_v \text{ は体積圧縮係数}) \quad [\text{右図}]$$

$$\text{従って、} -d(\Delta u) = \frac{1}{m_v} d\varepsilon_v = -\frac{1}{m_v} \frac{de}{1+e} \quad (6.20) \quad (\text{両辺、正})$$

m_v が有効応力 σ' の変化に対して一定で、 σ' に対しても一定で



$\frac{\partial m_v}{\partial \sigma'} = 0$ である場合は、時間的にも一定となり $\frac{\partial m_v}{\partial t} = 0$ となる。また、(6.20)式の両辺を時間

t で偏分すると、 $d(\Delta u) = \frac{\partial \Delta u}{\partial t} \cdot dt$ 、 $de = \frac{\partial e}{\partial t} \cdot dt$ である。以上から、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta u}{\partial t} \cdot dt &= \frac{1}{m_v} \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \cdot dt ; \\ \frac{\partial \Delta u}{\partial t} &= \frac{1}{m_v} \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} ; \quad \text{従って、} \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} = m_v \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial t} \quad (6.21) \end{aligned}$$

- (6.21)を(6.17)に代入して、次式を得る。

$$\frac{1}{\gamma_w \cdot m_v} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ k \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} \right\} = \frac{\partial \Delta u}{\partial t}$$

k が深さ z 方向に一定であるとする、次の圧密方程式を得る。

$$\frac{k}{\gamma_w \cdot m_v} \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} = \frac{\partial \Delta u}{\partial t}$$

圧密方程式 $\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} : \quad c_v = \frac{k}{\gamma_w \cdot m_v} \quad (6.22)$

c_v : 圧密係数 (coefficient of consolidation) : 圧密速度を表す係数 単位 : cm^2/sec 。

この式は、 m_v と k が空間的・時間的に定数であると言う重大な仮定に基づいて導かれた式である。

- 圧密方程式の意味 :

深さ $z = z$ での過剰間隙水圧 Δu の時間的変化率 $\frac{\partial \Delta u}{\partial t}$ (実際に負) は ;

a) 過剰間隙水圧の深さ方向の変化の变化率 $\frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2}$ に比例。

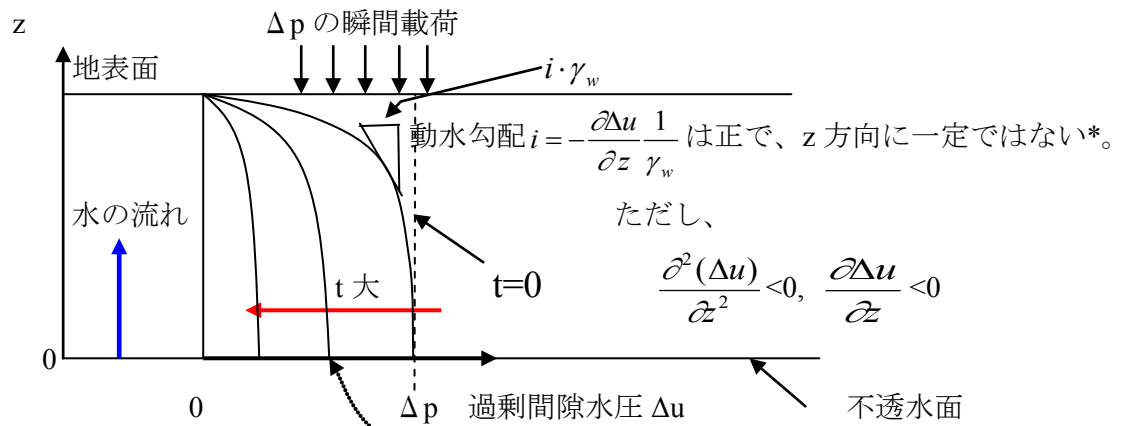
b) 圧密係数 $c_v = \frac{k}{\gamma_w \cdot m_v}$ に比例。

c_v が大きいほど、過剰間隙水圧の減少率 $-\frac{\partial \Delta u}{\partial t}$ が大きくなり、圧密が早く終わる。

b1) c_v は、透水係数 k に比例。

b2) c_v は、体積圧縮係数 m_v に逆比例。

例 1



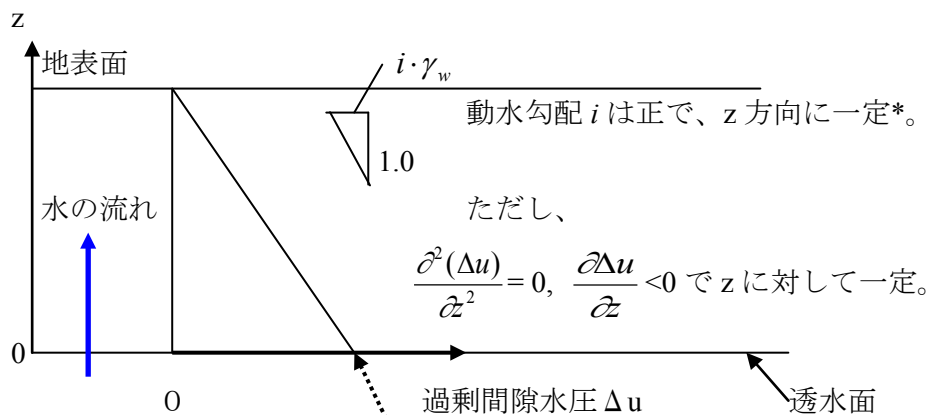
*上方ほど i は大きい。上方ほど流速 v は大きい。

下方から絞り出された水を集めて、流れているから。

$\frac{\partial^2 (\Delta u)}{\partial z^2} < 0$ から、圧密方程式により、 $\frac{\partial \Delta u}{\partial t} < 0$ である。
すなわち、時間とともに過剰間隙水圧 Δu は減少する。

また、下端 $z=0$ では水の流れはない。 $v=0$ 。従って、 $\frac{\partial \Delta u}{\partial z} = 0$ 。ここは、直角。

例 2



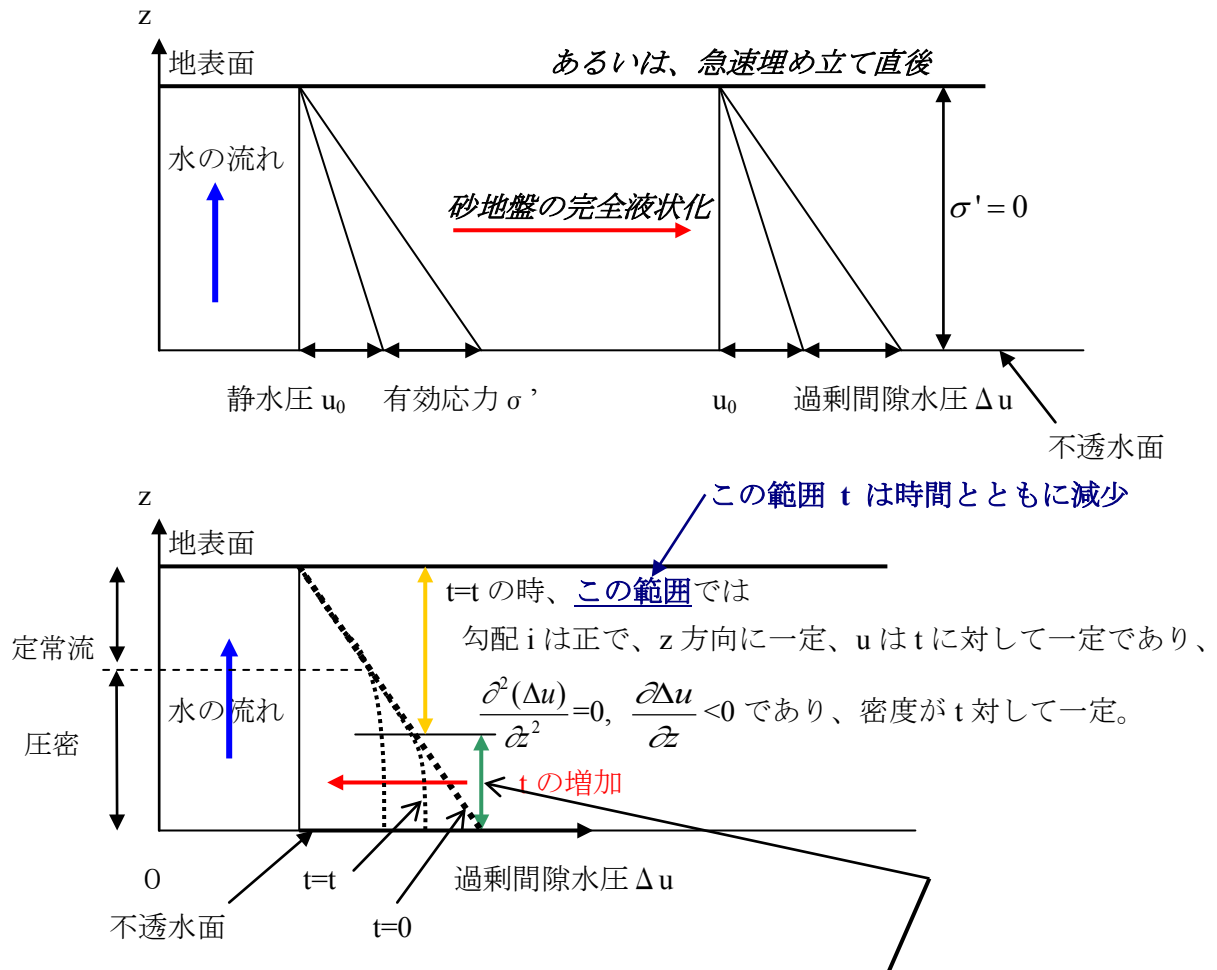
*流速 v は、深さ方向で一定。→地盤の間隙比（密度）は、どの深さでも時間的に一定。
圧密現象は、生じていない。

$\frac{\partial^2 (\Delta u)}{\partial z^2} = 0$ から、 $\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = 0$ である。従って、時間に対して過剰間隙水圧 Δu は一定。

下端 $z=0$ でも水の流れはある。従って、 $\frac{\partial \Delta u}{\partial z} < 0$ 。ここは、直角ではない。

これは、下端から常に時間的に一定量の水が湧いてくる定常流。

例 3



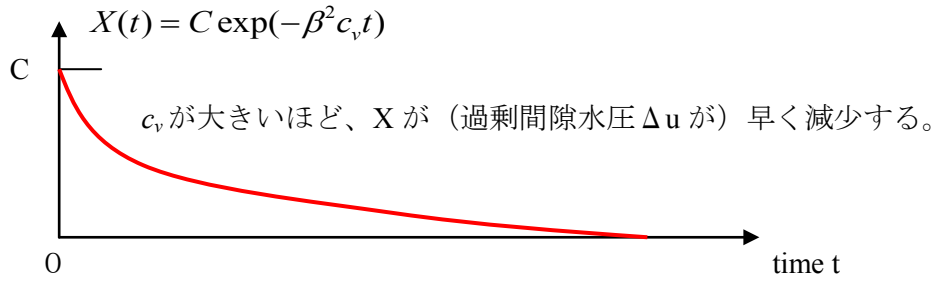
$t=t$ の時、この範囲では、

動水勾配 i は正で、 z 方向に一定ではなく、 $\frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} < 0$, $\frac{\partial \Delta u}{\partial z} < 0$ であり、

従って、 $\frac{\partial \Delta u}{\partial t} < 0$ であり、沈殿が生じていて、密度が経時的に増加している範囲。

下端から水は湧きだしておらず、下端から沈殿が開始される。

$$\frac{\partial X(t)}{\partial t} + c_v \beta^2 X(t) = 0 \quad (6.32) \quad \Rightarrow \quad X(t) = C \exp(-\beta^2 c_v t) \quad (6.34)$$



● 式(6.33)に二つの境界条件を適用して、定数 β を求める。

まず、 $z=0$ で $\frac{\partial \Delta u}{\partial z}(z=0)=0$ である。 $X(t) \neq 0$ なので、この境界条件は、 $\frac{\partial Z}{\partial z}(z=0)=0$ を意味する。

一方、式(6.33)から $\frac{\partial Z}{\partial z} = -A \cdot \beta \sin \beta z + B \cdot \beta \cos \beta z$

従って、 $\frac{\partial Z}{\partial z}(z=0)=0$ を用いると、 $\frac{\partial Z}{\partial z}(z=0) = 0 + \beta \cdot B = 0$ 、従って、 $B=0$ 。

従って、 $Z = A \cdot \cos \beta z$ が得られる。

次に、境界条件 $\Delta u(z=H)=0$ は、 $X(t) \neq 0$ なので、 $Z(z=H)=0$ を意味する。これを用いると、次式が得られる。

$$Z(z=H) = A \cdot \cos(\beta \cdot H) = 0$$

$A=0$ だと、(6.33)から常に $Z=0$ 、従って常に $\Delta u=0$ である。これは有り得ない。 $A \neq 0$ なので、

$$Z(z=H) = A \cdot \cos(\beta \cdot H) = 0$$

が得られる。この式から、次式が得られる。

$$\cos(\beta \cdot H) = 0$$

この一般解は、

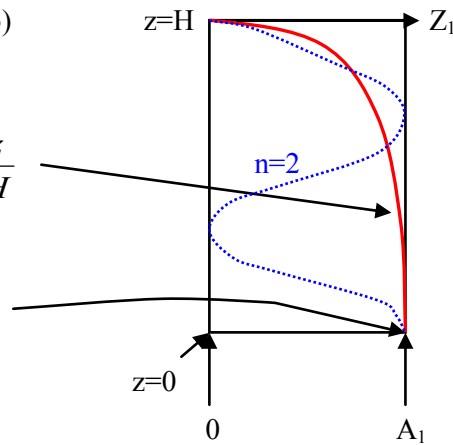
$$\beta_n = \frac{2n-1}{2} \frac{\pi}{H} \quad (6.35)$$

$$\text{従って、} Z_n = A_n \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \quad (6.36)$$

$n=1$ の時は、

$$\beta_1 = \frac{1}{2} \frac{\pi}{H}, \quad Z_1 = A_1 \cos \frac{\pi}{2} \frac{z}{H}$$

$$\frac{\partial Z_1}{\partial z} = 0$$

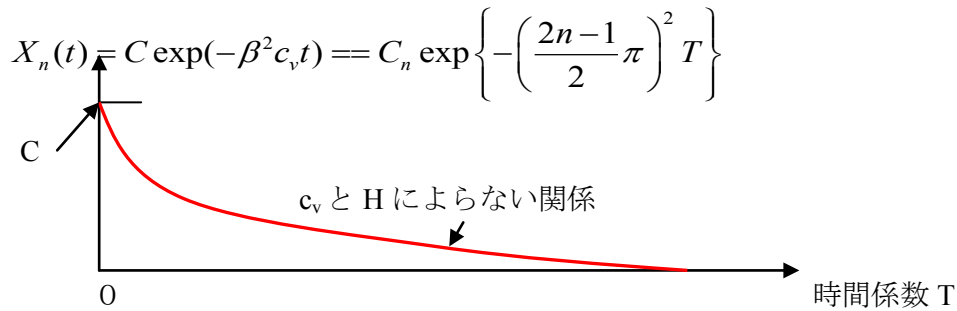


●従って、(6.35)を(6.34)に代入すると、 $n=n$ に関する X の解が以下のように求まる。

$$\begin{aligned} X_n(t) &= C \exp(-\beta^2 \cdot c_v \cdot t) = C_n \exp \left\{ - \left(\frac{2n-1}{2} \right)^2 \left(\frac{\pi}{H} \right)^2 \cdot c_v \cdot t \right\} \\ &= C_n \exp \left\{ - \left(\frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 T \right\} \end{aligned} \quad \left[T = \frac{c_v \cdot t}{H^2} \right] \quad (6.37)$$

(6.37)式は、物性 c_v 、寸法 H を含まない一般的な式であることに注意。

ここで、 $T = \frac{c_v \cdot t}{H^2}$ 正規化された無次元の時間； **時間係数** である。



●従って、(6.29)式の「特定の n の値にに対する解」は、

$$\Delta u_n = X_n(t) \cdot Z_n(z) = A_n \cdot C_n \exp \left\{ - \left(\frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 T \right\} \cdot \cos \left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H} \right)$$

一般解は全ての n に対する解の集合であるので、未定係数 $A_n \cdot C_n = A_n$ とおくと次式を得る。

$$\Delta u = \sum_{n=1}^{\infty} u_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cdot \exp \left\{ - \left(\frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 T \right\} \cdot \cos \left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H} \right) \right] \quad (6.39)$$

● (6.39)式に「既知の初期条件； $\Delta u(z) (t=0)$ 、すなわち $T=0$ の時 $\Delta u(z) (T=0)$ 」を適用すると、

$$\Delta u(z)(T=0) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cdot \cos \left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H} \right) \right] \quad (6.40)$$

次に、未定係数 A_n を求める。このために、両辺に $\cos \left(\frac{2m-1}{2} \pi \frac{z}{H} \right)$ を掛けて、 $z=0-H$ の間で積分する。

$$\int_{z=0}^H \Delta u(z)(T=0) \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \pi \frac{z}{H} \right) \cdot dz = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \int_{z=0}^H \cos \left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H} \right) \cdot \cos \left(\frac{2m-1}{2} \pi \frac{z}{H} \right) \cdot dz \quad (6.41)$$

右辺は、 $n=m$ の項以外は全てゼロであり、 $(\cos x)^2 = \frac{\cos(2x)+1}{2}$ を用いると、次式を得る。

$$\int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) \cdot \cos\left(\frac{2m-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \cdot dz = A_m \int_{z=0}^H \frac{\cos\{(2m-1)\pi \frac{z}{H}\} + 1}{2} \cdot dz = A_m \cdot \frac{H}{2} \quad (6.42)$$

ここで、 m を n として、 A_m を A_n とすると次式を得る。

$$A_n = \frac{2}{H} \int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \cdot dz \quad (n=1, 2, \dots, \infty) \quad (6.43)$$

したがって、(6.29)式の一般解は、

$$\Delta u = \frac{2}{H} \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{\left[\exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\} \right]}_{\text{時間に関する項}} \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \cdot \int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \cdot dz}_{\text{距離に関する項}} \quad (6.44)$$

● 初期条件が、 $\Delta u(z)(t=0) = \Delta p$ の時、(6.44)の中で、

$$\int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \cdot dz = \Delta p \cdot \int_{z=0}^H \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \cdot dz =$$

$$\Delta p \cdot \left[\frac{2H}{(2n-1)\pi} \sin\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \right]_{z=0}^H =$$

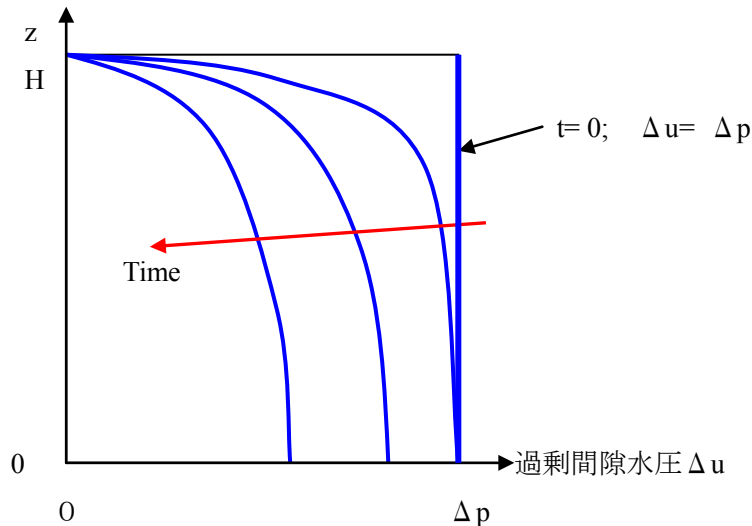
$$\Delta p \cdot \frac{2H}{(2n-1)\pi} [\sin(\frac{2n-1}{2} \pi) - 0] = \frac{2H \cdot \Delta p \cdot (-1)^{n+1}}{(2n-1)\pi}$$

したがって、一般解は、

$$\Delta u = \frac{4\Delta p}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \right) \cdot \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\} \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right) \right] \quad (6.45)$$

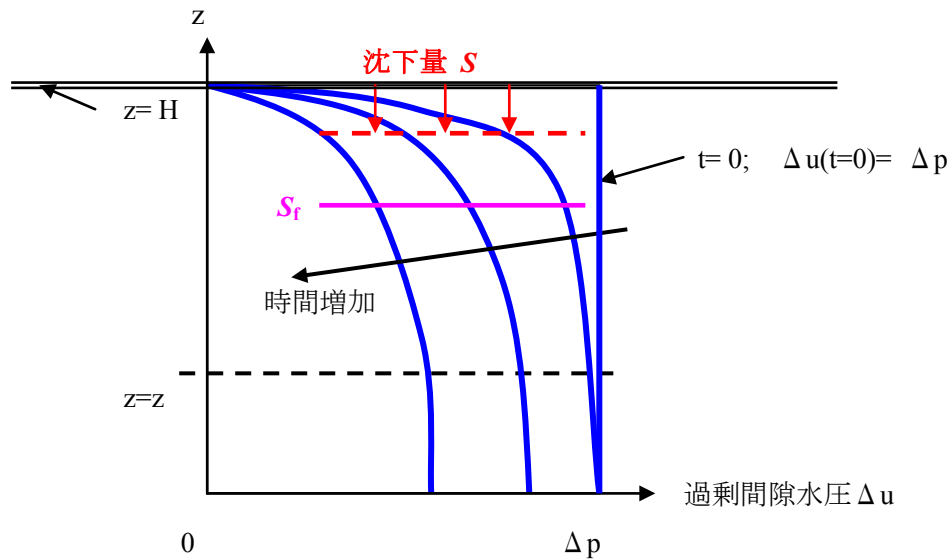
ここで、 $\exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\}$ は、過剰間隙水圧 Δu の時間的变化を、

$\cos\left(\frac{2n-1}{2} \pi \frac{z}{H}\right)$ は、空間的变化を表す。



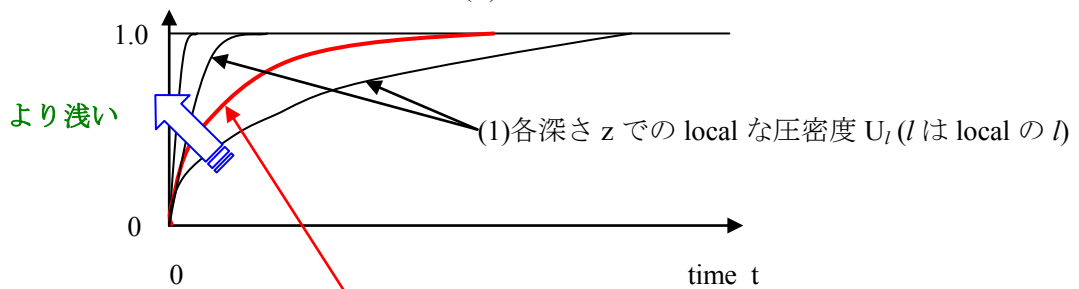
6.2.3 圧密度

「圧密完了時の総地盤沈下量 S_f 」に対する「現在までに終了した沈下量 S 」の比は？



■ 三つの圧密度；

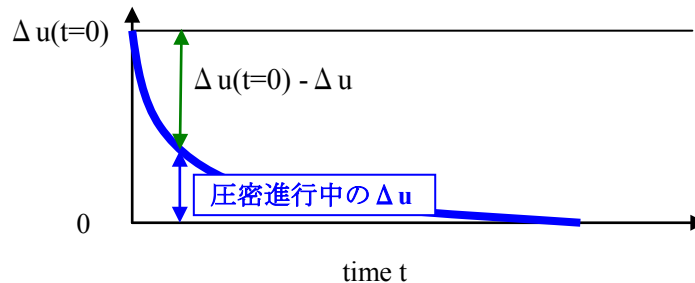
過剰間隙水圧 Δu に関する圧密度 $U(T)$



(2) 層全体に対する平均圧密度 $U(T)$; U は T の関数 ; $T = \frac{c_v t}{H^2}$

(1) 過剰間隙水圧に関する各深さ z での local な圧密度 $U_l = \frac{\Delta u(t=0) - \Delta u}{\Delta u(t=0)}$

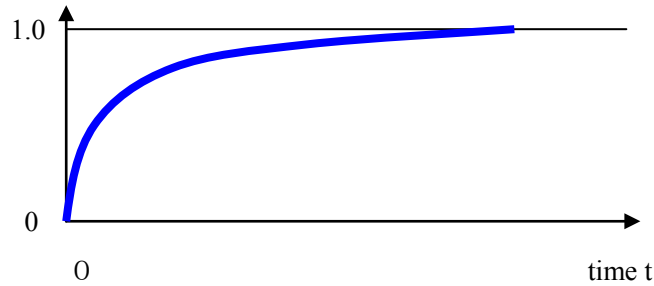
$\Delta \sigma' = u$ の変化量 = $\Delta u(t=0) - \Delta u$ 「圧密進行中の Δu 」



(2) 過剰間隙水圧に関する全層に対する圧密度

$$U(T) = \frac{\overline{\Delta u(t=0)} - \overline{\Delta u}}{\overline{\Delta u(t=0)}} = 1 - \frac{\overline{\Delta u}}{\overline{\Delta u(t=0)}} = 1 - \frac{\frac{1}{H} \int_{z=0}^H \Delta u(z) dz}{\frac{1}{H} \int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) dz}$$

(3) 全層に対する沈下に関する圧密度 $U_s = S/S_f$ (S_f は最終沈下量)

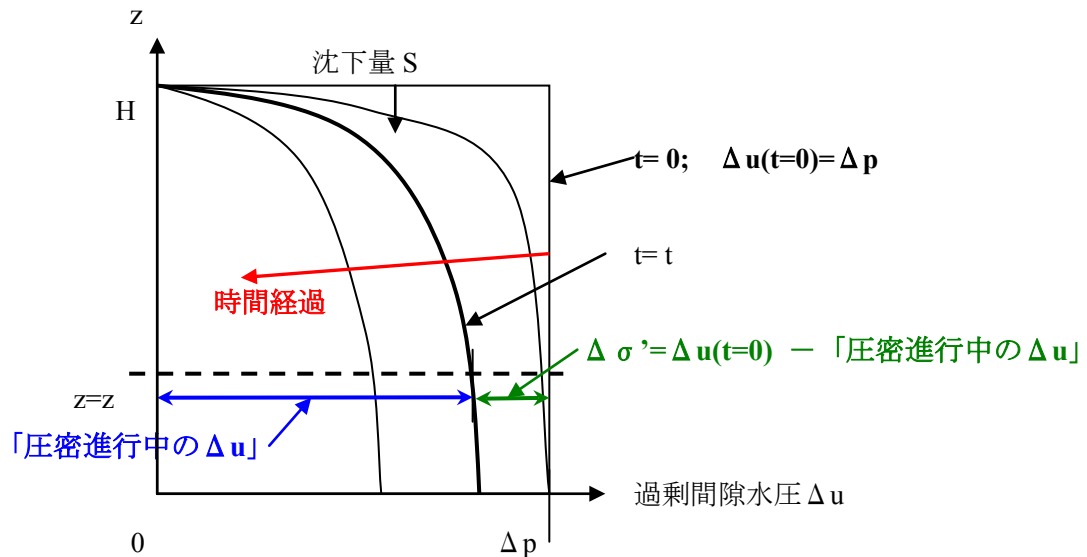
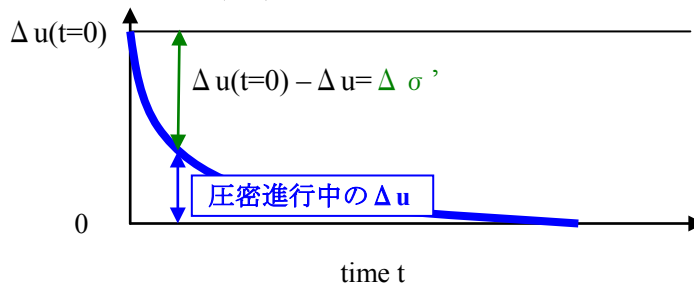


- U_s と $U(T)$ の関係を、「 m_v が σ' に依らない(すなわち深さ z に依らない)」と仮定して求める。
沈下計算は、次のようになる。

$$S = \int_{z=0}^H \Delta \varepsilon \cdot dz = m_v \cdot \int_{z=0}^H \Delta \sigma' \cdot dz \quad (\text{深さに対する積分})$$

$\sigma = \sigma' + u$ は一定であり、 σ_0 に等しいので、それぞれの深度 z において次式がなりたつ。

$\Delta \sigma' = u$ の変化量 = $\Delta u(t=0) - \text{「圧密進行中の } \Delta u \text{」}$



従って、

$$S = \int_{z=0}^H \Delta \varepsilon \cdot dz = m_v \int_{z=0}^H \Delta \sigma' \cdot dz = m_v \cdot \left\{ \int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) \cdot dz - \int_{z=0}^H \Delta u(z) \cdot dz \right\}$$

一方、 $\Delta \sigma'$ (圧密終了時) = $\Delta u(t=0)$ なので、

$$S_f (= S \text{ when } \Delta u=0) = m_v \cdot \int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) \cdot dz \quad (= m_v \cdot H \cdot \Delta u(z)(t=0))、$$

従って、両式から、 $S = S_f - m_v \cdot \int_{z=0}^H \Delta u(z) \cdot dz$ が得られる。従って、次式が得られる。

$$U_s = \frac{S}{S_f} = 1 - \frac{m_v \cdot \int_{z=0}^H \Delta u(z) dz}{S_f} = 1 - \frac{m_v \cdot \int_{z=0}^H \Delta u(z) dz}{m_v \cdot \int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) dz} = 1 - \frac{\frac{1}{H} \int_{z=0}^H \Delta u(z) dz}{\frac{1}{H} \int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) dz} = U(T)$$

従って、 $U_s = U(T)$ ；すなわち、 U_s は T の関数となる。

これは、「 m_v が σ に依らない（すなわち深さ z に依らない）」という仮定が厳密には正しくないもので、厳密には正しくない。しかし、多くの場合は、十分な近似。

この仮定を用いないと、 U_s を T の関数として示すことは、非常に難しい。

次に、 $U_s = U(T)$ と $T = \frac{c_v t}{H^2}$ の関係を求める。

この関係は、初期過剰間隙水圧の深さ方向の分布型 $\Delta u(z)(t=0)$ によって異なる。

今、 $\Delta u(z)(t=0) = \Delta p$ （一定）とする。すると、

$$\Delta u(z) = \frac{4\Delta p}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\} \cdot \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi \frac{z}{H}\right) \right] \quad (6.45)$$

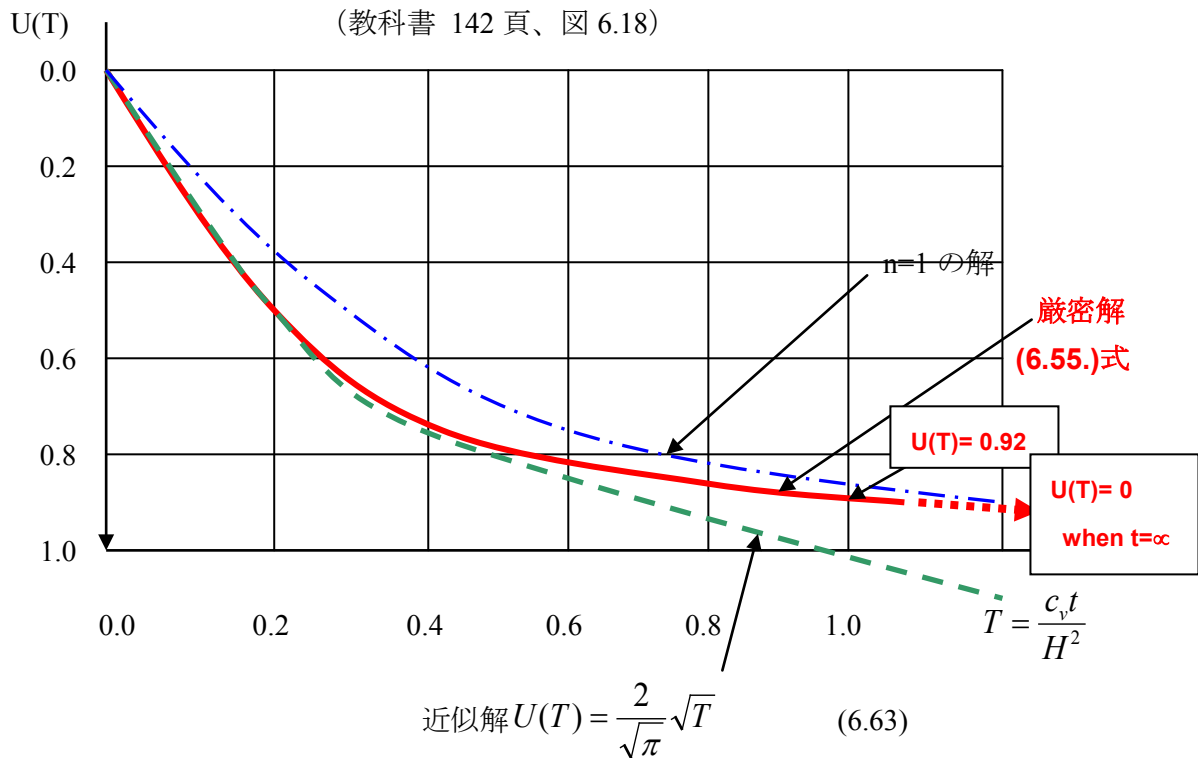
から次式が得られる。

$$\begin{aligned} \int_{z=0}^H \Delta u(z) \cdot dz &= \frac{4\Delta p}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\} \cdot \int_{z=0}^H \cos\left(\frac{2n-1}{2}\pi \frac{z}{H}\right) \cdot dz \right] \\ &= \frac{4\Delta p}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\} \cdot \frac{2H}{(2n-1)\pi} \frac{[\sin(\frac{2n-1}{2}\pi \frac{z}{H})]_0^H}{(-1)^{n+1}} \right] \end{aligned}$$

従って、次式が得られる。

$$\begin{aligned} U_s = U(T) &= 1 - \frac{\int_{z=0}^H \Delta u(z) dz}{\int_{z=0}^H \Delta u(z)(t=0) dz} = 1 - \frac{\int_{z=0}^H \Delta u(z) dz}{\Delta p \cdot H} \\ &= 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n-1)^2} \cdot \exp\left\{-\left(\frac{2n-1}{2}\pi\right)^2 T\right\} \right] \quad (6.55) \end{aligned}$$

$U_s = U(T)$ は、 $T = \frac{c_v t}{H^2}$ だけの関数であることに注意。



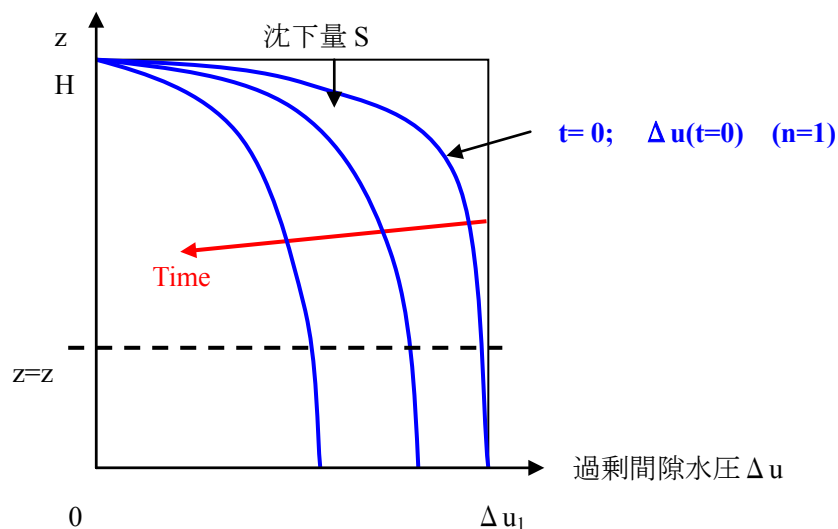
$T = 0.5$ 程度までは、厳密解と殆ど同じ。→圧密試験結果の解析に利用。
 式(6.55)は複雑すぎて、そのまま実務に用いるのは難しい。
 多くの場合、この図を用いる (図解法)。

● $n=1$ だけの解は、

$$\Delta u(z)(T=0) = \Delta u_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{H}\right) \quad (6.40-a)$$

$$\Delta u(z) = \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} T\right) \cdot \Delta u_1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{H}\right) \quad (6.45-a)$$

$$U_s = U(T) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{4} \pi^2 T\right) \quad (6.55-a)$$



● 図 6.18 の使い方：

C_v [土質試験で求めた値]が既知として、

粘土地盤の排水距離 H (既知) $\rightarrow$ 所定の時間 $t \rightarrow T = C_v t / H^2$ を計算する $\rightarrow$ (上図)

$\rightarrow U(T)$ を求める $\rightarrow$ 時間 t の時の沈下量 $S = S_f \times U(T)$ を求める [S_f は別途計算]

a) $U = 92\%$ の時、 $T = \frac{c_v t_{90}}{H^2} = 1.0$ 。この時殆ど圧密は終了したと見なせる。

実際の時間は、 $t_{92} = \frac{H^2}{c_v} \cdot T = \frac{H^2}{c_v} = \frac{H^2 \cdot \gamma_w \cdot m_v}{k}$ (この形に注目)。

圧密終了時間は

a) H^2 に比例、

b) m_v に比例、

c) k に逆比例。

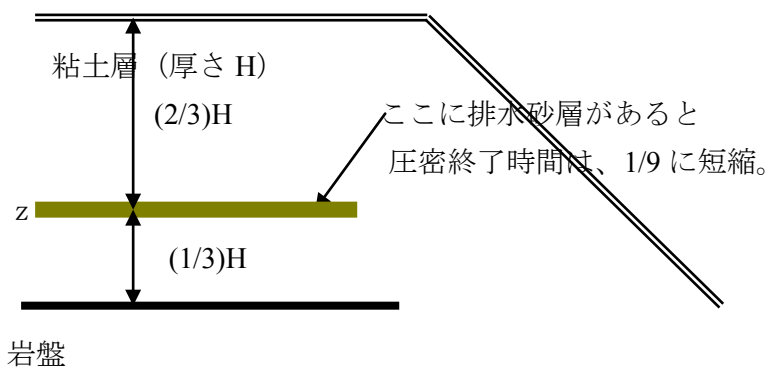
実際は、 m_v と k を別々に測定しない。 c_v の値を報告する。

b) $U = 99\%$ の時、 $T = \frac{c_v t}{H^2} = 3.0$ 。 $T = 1.0$ 以降は、圧密の進行が極端に遅くなる。

● 圧密試験：供試体初期厚さ = 2cm：両面排水： $H = 1\text{ cm}$ (t_{100} が小さくなるから)

● 砂層と sand drain の機能。

水平粘土地盤に対しては、 Sand drain
排水距離が圧倒的に小さくなる。



—軟弱粘性土を用いた盛土では、水平に排水層を入れる。

●正規化した圧密方程式

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 (\Delta u)}{\partial z^2} : \quad c_v = \frac{k}{\gamma_w \cdot m_v} \quad (6.22)$$

$T = \frac{c_v t}{H^2}$ ($= 0 \rightarrow \infty$), $U^* = \Delta u / \Delta p$ ($= 1 \rightarrow 0$); $Z = z/H$ ($= 0 \sim 1$) を用いると、

$$\frac{\partial (\Delta u / \Delta p)}{\partial (c_v t / H^2)} = \frac{\partial^2 (\Delta u / \Delta p)}{\partial (z / H)^2} \quad (6.22-a)$$

$$\frac{\partial U^*}{\partial T} = \frac{\partial^2 U^*}{\partial Z^2} \quad (6.22-b) \quad \text{非常に簡単な式になる。}$$

6. 2. 4 圧密試験と整理法

■ 圧密試験の目的： 次の二つの物性を求める。

- a) 土の圧縮しやすさを示す圧縮指数 C_c ($e \sim \log p'$ 関係の勾配) と
- b) 土の圧密速度を示す圧密係数 C_v ($U \sim T$ 関係での $T = C_v \cdot t / H^2$)

■ 標準圧密試験

(Q) 供試体の厚さは、何故 2 cm のように薄いのか？

(A) 圧密終了時間は、排水距離の二乗に比例する。試験が実施出来る程度に、圧密終了時間を短くするためには、供試体の厚さは 2cm 程度にする必要がある。

☐ しかし、非常に硬い地盤材料（硬質粘性土、堆積軟岩等）では、測定されるひずみ量が非常に小さくなるので、ひずみの測定精度が落ちる。

(Q) なぜ、24 時間毎に荷重を 2 倍にするのか？

(A) 24 時間は人間の生活のリズム。また、2 倍の率で増加していないと、1 週間程度の範囲で広い圧力範囲の試験が実施できない。

☐ しかし、圧力が高くなると測定する圧力の幅が大きくなり過ぎて、圧密降伏応力を正確に測定できなくなる。

☐ 実験を自動化すれば、この制限は無くなる。特に、定ひずみ速度試験が良い。

■ 圧密係数 C_v の求め方。

具体的には、二つの方法。

a) 圧密初期のデータを利用する $\sqrt{t}$ 法

☐ ある荷重段階 $t = t$ での沈下量 ΔS の測定。

☐ 最終圧密量 ΔS_0 の推定（これは、面倒）。

☐ 圧密度 $U(T) = \Delta S / \Delta S_0$ を求める。

☐ $U(T) \sim T$ 曲線（図 6. 18）から、 $U(T)$ に対応した T を求める。

☐ 供試体排水距離 H 、 T 、 t から、 $C_v = (T \cdot H^2) / t$ を求める。

b) 圧密終了時までの全結果を用いる $\log(t)$ 法

$\sqrt{t}$ 法

1) 沈下量 S と $\sqrt{t}$ の図を用意。

2) 初期沈下曲線を直線近似する。初期の点は、供試体内に混入した空気の圧縮が原因で、直線から外れることがある。このデータポイントは無視する。原点の沈下量 S を dS とする。

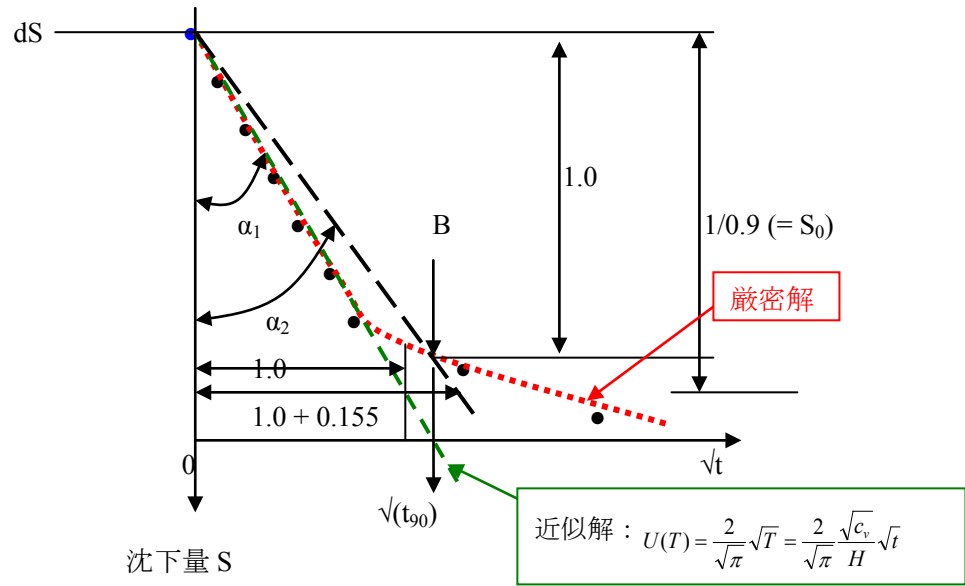
(理論的根拠)

$$T = \frac{c_v t}{H^2}$$

$$\text{圧密初期の近似解 } U(T) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{T} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{c_v}}{H} \sqrt{t} \quad (6.63)$$

従って、 $(S - dS) = S_0 \cdot U$ と $\sqrt{t}$ 関係は、直線になるはず。

3) 角度 α_1 を求める。



理論的には、 $\tan \alpha_1 = \frac{\sqrt{t}}{S - ds} = \frac{\sqrt{t}}{S_f \cdot U(T)} = \frac{1}{S_f} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \frac{H}{\sqrt{c_v}} = 0.886 \cdot \frac{1}{S_f} \cdot \frac{H}{\sqrt{c_v}}$ (a)

$$U(T) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{c_v}}{H} \sqrt{t}$$

ここで、まだ最終沈下量 S_f は求まっていないなので、この式を用いて C_v を求めることは出来ない。

3) $\tan \alpha_2 = (1.155) \tan \alpha_1$ の直線を引く。この直線と、データにフィットさせた曲線との交点 B を求める。この B 点は、 $U = 90\%$ の状態を表す。この時、厳密解(図 6.18)から、 $T = 0.848$ 。

1.155 の理論的根拠: $T = \frac{c_v t}{H^2}$

$$\tan \alpha_2 = \left(\frac{\sqrt{t}}{S_0 \cdot U} \right)_{t=t_{90}} = \frac{H}{S_0 \cdot \sqrt{c_v}} \left(\frac{\sqrt{T}}{U} \right)_{t=t_{90}} = \frac{H}{S_0 \cdot \sqrt{c_v}} \frac{\sqrt{0.848}}{0.9}$$

$$= 1.023 \cdot \frac{H}{S_0 \cdot \sqrt{c_v}} = 1.155 \cdot 0.886 \frac{H}{S_0 \cdot \sqrt{c_v}} = 1.155 \cdot \tan \alpha_1 \quad (b)$$

式(a)と式(b)から、 $\tan \alpha_2 = (1.155) \tan \alpha_1$ 。

4) B 点の時間座標 $\sqrt{t_{90}}$ を読みとる。この t_{90} を $T_{t_{90}} = 0.848 = \frac{c_v t_{90}}{H^2}$ から求まる $c_v = \frac{0.848 \cdot H^2}{t_{90}}$ に代

入して C_v を求める。

5) S_f は、図のようして求めることが出来るが、ここでは使わない。