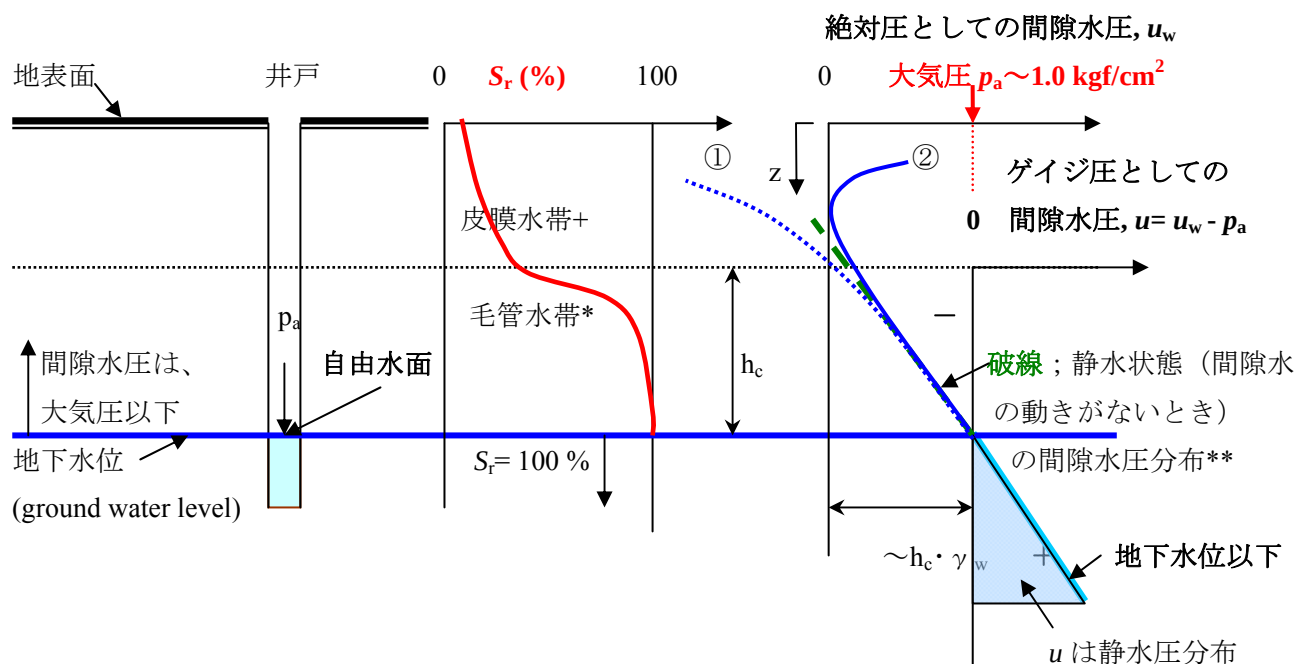


第2章 不飽和土の諸性質

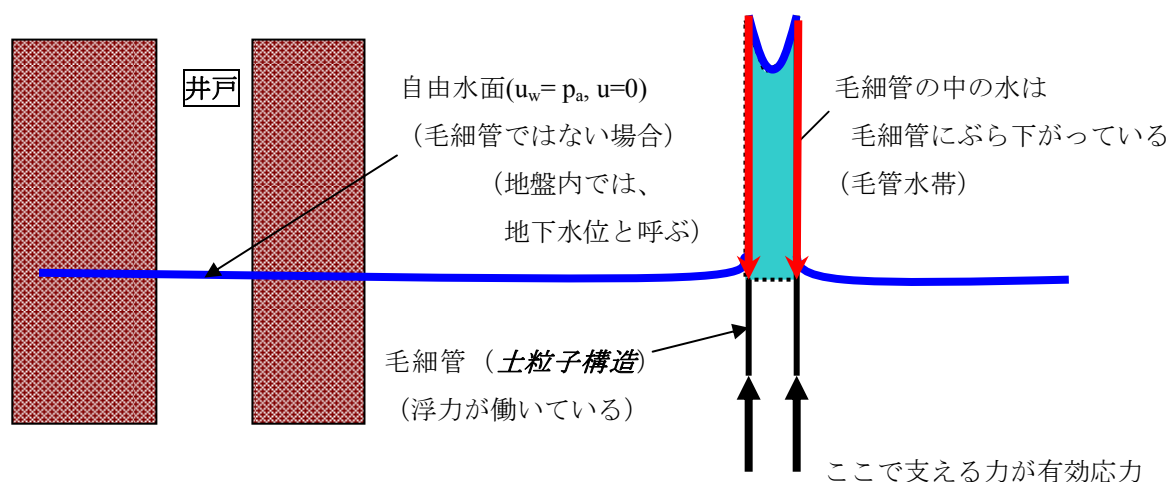
2. 1 毛細管作用とサクション(suction)



注) 地下水位は、土粒子の間隙に水が存在するのか、しないのかの境界ではない。地下水位よりも上にも、土粒子間の空隙に水は存在する。

地下水位よりも上に位置する間隙水は、周囲の土粒子構造にぶら下がっていて、それより下に位置する土粒子構造にとっての荷重となっている (有効応力を増加させている)。

地下水位以下に位置する間隙水は、周囲の土粒子に浮力が作用させている。



***毛管水帯:** 地下水位以下の間隙水と連続していて、間隙水は毛管水現象によって吸い上げられている状態にある。地下水位に近いほど、飽和度は 100 % に近い。

通常は、非定常状態の間隙水圧分布となっている。

① 分布; $d[\text{過剰間隙水圧 } \Delta u]/dz > 0.0$ だから、水を地下から吸い上げている。

乾いた地表に向かって地下から水が供給され、その水が地表から蒸発している。

Suction の値は、粒子が小さい場合は大気圧以上になりうる。

②の分布； $d[\text{過剰間隙水圧 } \Delta u]/dz < 0.0$ だから、水は地下の方向に浸透している。

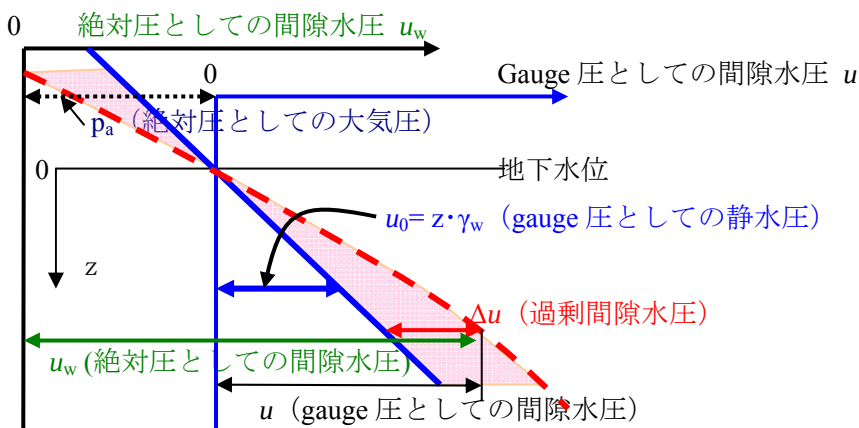
降雨時の現象。

+皮膜水帯： 水が土粒子にまとわりついている状態。間隙水の連続性が無くなっている。

● 四種類の間隙水圧(pore water pressure)

- 1) u_w ： 絶対圧としての間隙水圧。通常的设计問題では用いない。
不飽和土を扱うこの章では、頻繁に用いる。
- 2) $u = u_w - p_a$ ： Gauge 圧としての間隙水圧。我々が通常測定しているのは、この圧力。
工学的設計問題で通常用いる。(p_a ：絶対圧としての大気圧)
- 3) Δu ： 過剰間隙水圧(excess pore water pressure) = $u - u_0$ ：
「現在の間隙水圧」と「定常状態での間隙水圧（静水圧 u_0 ）」との差。
間隙水が地盤内で動くための原動力
- 4) サクション(suction): 「負の u 」を正とする。 $-u = p_a - u_w (> 0)$

非定常状態（間隙水圧が移動している場合）での間隙水圧の分布



この図では、地下水位の下方で、 $d[\text{過剰間隙水圧 } \Delta u]/dz > 0.0$ となっている。従って、地下から地表面に向かって間隙水が流れている。

例) 軟弱地盤の地表に盛土をした圧密問題。

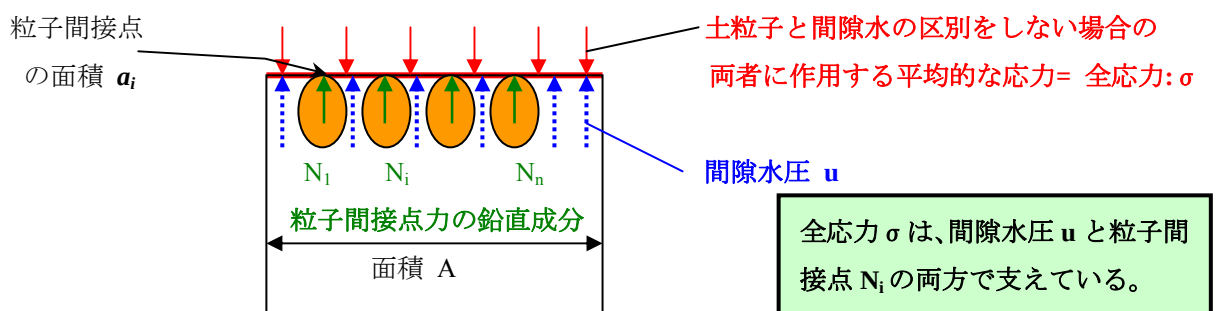
地下水位の上方でも、 $d[\text{過剰間隙水圧 } \Delta u]/dz > 0.0$ となっている。

地下から地表面に向かって間隙水が流れている。

例) 乾燥した地盤で地下水が地表で蒸発している状態。

全応力(total stress)、有効応力(effective stress)、間隙水圧(pore water pressure)

[地盤内に作用する応力と圧力には、三種類ある：全て gage 圧力で表示]



粒子間接点の単位面積あたりの土の骨格に作用する平均応力：(鉛直) 有効応力 σ' または σ_v'

力の釣り合いから：

$$\sigma \cdot A = \sum_{i=1}^n N_i + (A - \sum_{i=1}^n a_i) \cdot u ; \quad \sigma = (\sum_{i=1}^n N_i) / A + \{1 - (\sum_{i=1}^n a_i) / A\} \cdot u = \sigma' + u$$

$$\sigma' = (\sum_{i=1}^n N_i) / A, \quad (\sum_{i=1}^n a_i) / A \ll 1.0 \text{ (ポイント)}$$

非常に簡単な、しかし土質力学で最も重要な式の一つ、

$$\sigma = \sigma' + u, \text{ あるいは、 } \sigma' = \sigma - u$$

が得られる。すなわち、

(土粒子構造と間隙水に全体的に加わっている平均的な応力＝全応力 σ) =

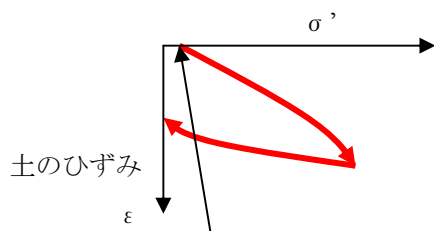
↗ (土の骨格構造だけに加わっている平均的な応力＝有効応力 σ') + (間隙水圧 u)

有効応力の変化が土の骨格を変形させる。間隙水の変化は、土の骨格を変化させない。

有効応力： $\sigma' = (\sum_{i=1}^n N_i) / A$

実は実測できない。全応力 σ と間隙水圧 u は測定できる。

有効応力は、抽象的な概念（粒子間接点力の面積平均値）である。しかし、地盤を変形させる応力。



土のひずみは、有効応力の変化によって生じ、非可逆的*成分と可逆的（弾性的）成分からなる。

*土の変形の主因は、土の粒子間のすべりであり、それは摩擦性だから非可逆になる。

池の底の土も、日本海溝の底の土も、地盤面から同じ深さならば有効応力は同じ。

(地盤内での有効応力の求め方)「地下水位以下の土の単位体積当たりの重さ」が、**水中単位体積重量**である。これは、粒子間接点を伝わって下方の土の骨格に対する荷重（即ち有効応力）となる。

地下水位と地表が一致しているとする。

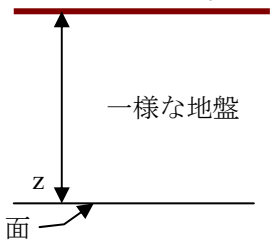
1) Z面での有効上載圧 $\sigma'_v = \gamma' \cdot z$

2) $\gamma' = \gamma_d \left\{ = \frac{G_s}{1+e} \gamma_w \right\} - \frac{1}{1+e} \gamma_w = \frac{G_s - 1}{1+e} \gamma_w = \frac{G_s + e}{1+e} \gamma_w - \frac{1+e}{1+e} \gamma_w = \gamma_t - \gamma_w$

↑
σ'に対応

↑
σに対応

↑
uに対応



なので、深さ z での有効上載圧: $\sigma'_v = \gamma' \cdot z = \gamma_t \cdot z - \gamma_w \cdot z = \sigma_v - u$ が得られる。

水位の汲み上げによる地盤沈下

- 東京都での経験（資料配付）
- 全国での経験→東北アジアから東南アジアへ！

問1) 何故、地下水を汲み上げると、地盤沈下が生じるのか？

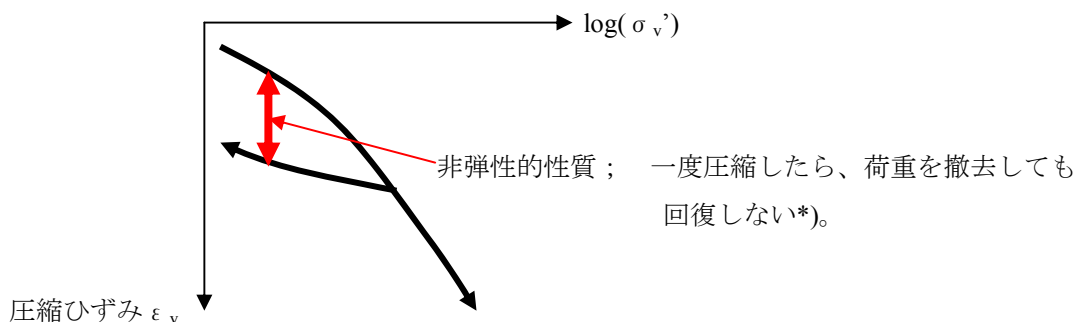
答1) 地下水位が低下するからである。

問2) 何故、地下水位が低下すると、地盤沈下が生じるのか？

答2) 地下水位が低下すると、地盤内の有効上載圧 σ'_v が上昇するからである。

問3) 何故、地盤内の有効上載圧 σ'_v が上昇すると、地盤沈下が生じるのか？

答3) 有効応力の増加によって土の骨格が圧縮されるからである。



*) これは、土の変形は、「粒子間のすべりによる変形（非可逆）」と「粒子の弾性変形による変形（可逆）」から成り立っていて、通常は前者が圧倒的に大きいから。

問4) 地下水位が元の位置に回復したら、地盤沈下は消えて元の状態に戻るのか？

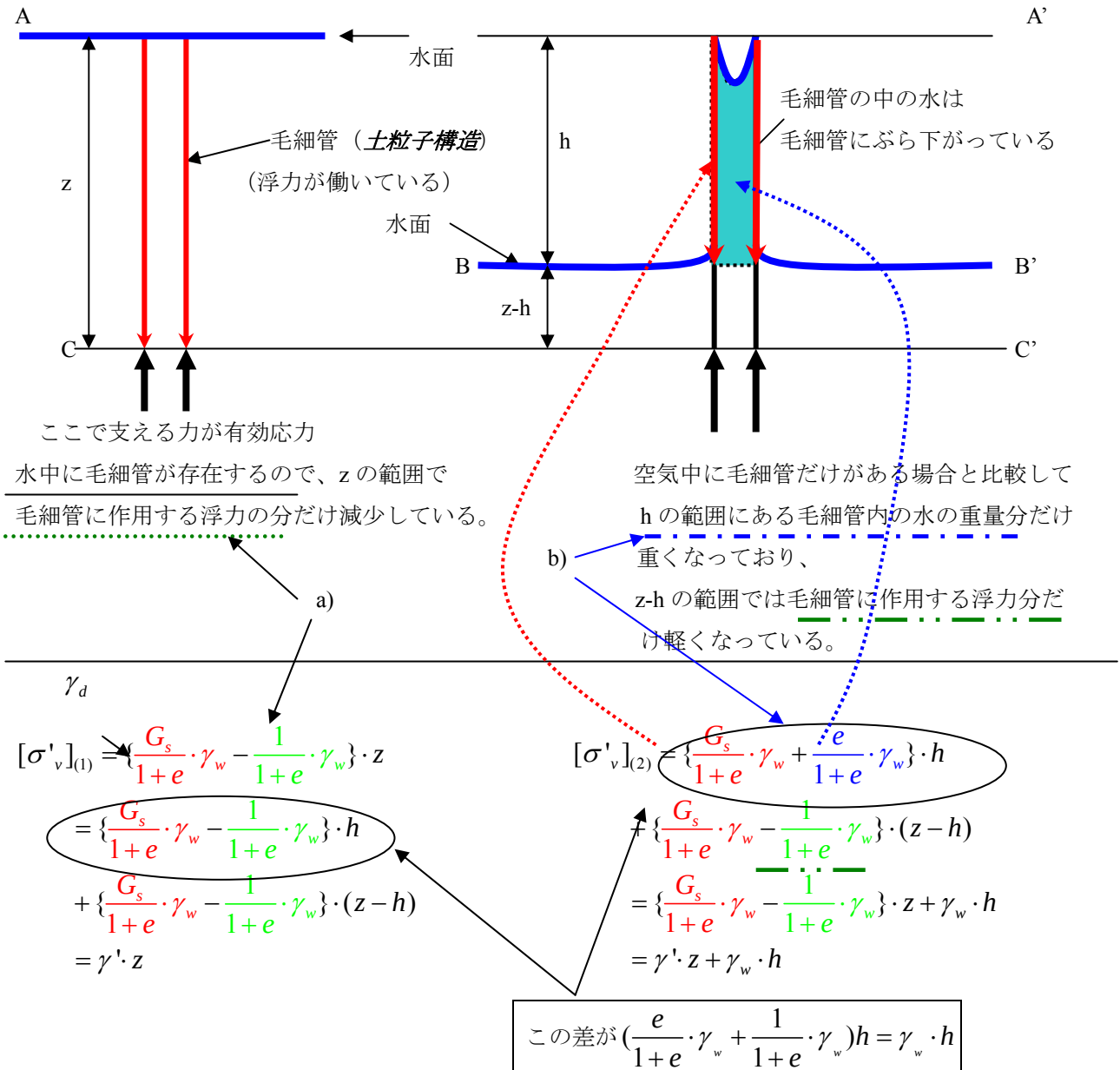
答4) 殆ど戻らない。土の変形の大部分は非可逆的変形である。

答2について

○地下水位の低下による鉛直有効応力の増加量 $=\Delta\sigma_v'=(\gamma_t-\gamma')\cdot h=\gamma_w\cdot h$ の理解。

二つの基本メカニズム

- 地下水位以下では、土粒子に浮力が作用していて、その分土の骨格に作用する力は小さくなる。
- 地下水位上では、間隙水が土粒子骨格にぶら下がっているため、その分土の骨格に作用する力は大きくなる。



従って、 $[\sigma_v']_{(2)} - [\sigma_v']_{(1)} = (\gamma' \cdot z + \gamma_w \cdot h) - \gamma' \cdot z = \gamma_w \cdot h$

○ $\sigma'_v = \sigma_v - u$ を用いた考え方

地下水位の上でも下でも、単位体積重量 γ が同じであるから、次式が成り立つ。

$$[\sigma'_v]_{(2)} = \sigma_v - u = \gamma \cdot z - \gamma_w \cdot (z - h)$$

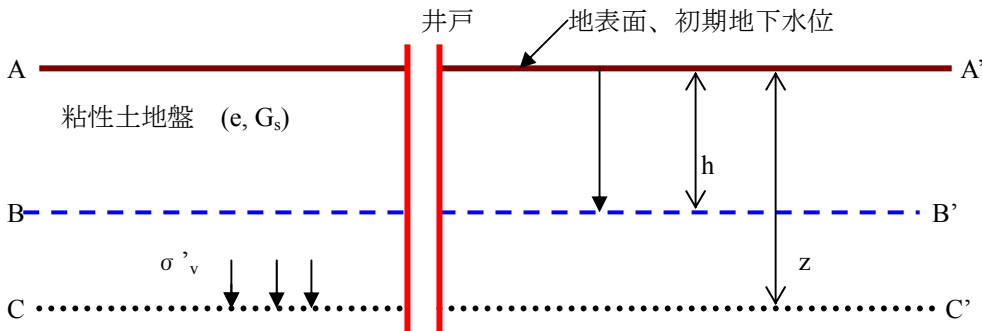
$$[\sigma'_v]_{(1)} = \sigma_v - u = \gamma \cdot z - \gamma_w \cdot z$$

$$[\sigma'_v]_{(2)} - [\sigma'_v]_{(1)} = \gamma_w \cdot z$$

第二章演習 1:

地下水位は、初期には地表面と一致していたとする。地下水位が $h = 30 \text{ m}$ 低下した時に、深さ $z = 40 \text{ m}$ の C-C' 面に作用する有効上載圧 σ'_v の変化を求めよ。地盤の間隙比 e は 2.5, 土粒子比重 G_s は 2.65 とせよ。

なお、地下水位とは、井戸の中の水位であり、それより上に位置する地盤内に水が無いということではない。毛細管力により、地下水位より上でも土粒子間の空隙には水（間隙水）が存在する。粘性土の場合、毛細管力が強く殆ど飽和している。今、地下水位が B-B' に位置していても、A-B 間の粘性土は飽和度 $S_r = 100\%$ と仮定する。



[答]

まず、地下水位が A-A' にある時の C-C' 面での有効応力 σ'_v の大きさを求める

1) 考え方 1: 「地下水位以下の土の単位体積当たりの重さ」すなわち水中単位体積重量 γ' が、粒子間接点を伝わって、下方の土の骨格に対する荷重となる。→ $\sigma'_{v0} = \gamma' \cdot z$ (1a)

2) 考え方 2: $\sigma' = \sigma - u$ を用いる。

$$\sigma'_{v0} = \sigma_v - u = \gamma_t \cdot z - \gamma_w \cdot z = \gamma' \cdot z \quad (\text{注: } \gamma' = \gamma_t - \gamma_w) \quad (1b)$$

同じ答え。

$$\sigma'_{v0} = \gamma' \cdot z = (2.65 - 1.0) / (1 + 2.5) \cdot 40 = 18.9 \text{ tonf/m}^2 = 1.9 \text{ kgf/cm}^2$$

次に、地下水位が B-B' にある時の C-C' 面での σ'_v 大きさを求める。

1) 考え方 1:

$$\begin{aligned} \sigma'_v &= (\text{B-B' 面での } \sigma'_v) + (\text{B-B' 面と C-C' 面の間にある } \gamma' \text{ の総量}) = \gamma_t \cdot h + \gamma' \cdot (z - h) \\ &= \gamma' \cdot z + (\gamma_t - \gamma') \cdot h = \gamma' \cdot z + \gamma_w \cdot h \end{aligned} \quad (2a)$$

2) 考え方 2: $\sigma' = \sigma - u$ を用いる。

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = \gamma_t \cdot z - \gamma_w \cdot (z - h) = \gamma' \cdot z + \gamma_w \cdot h \quad (2b)$$

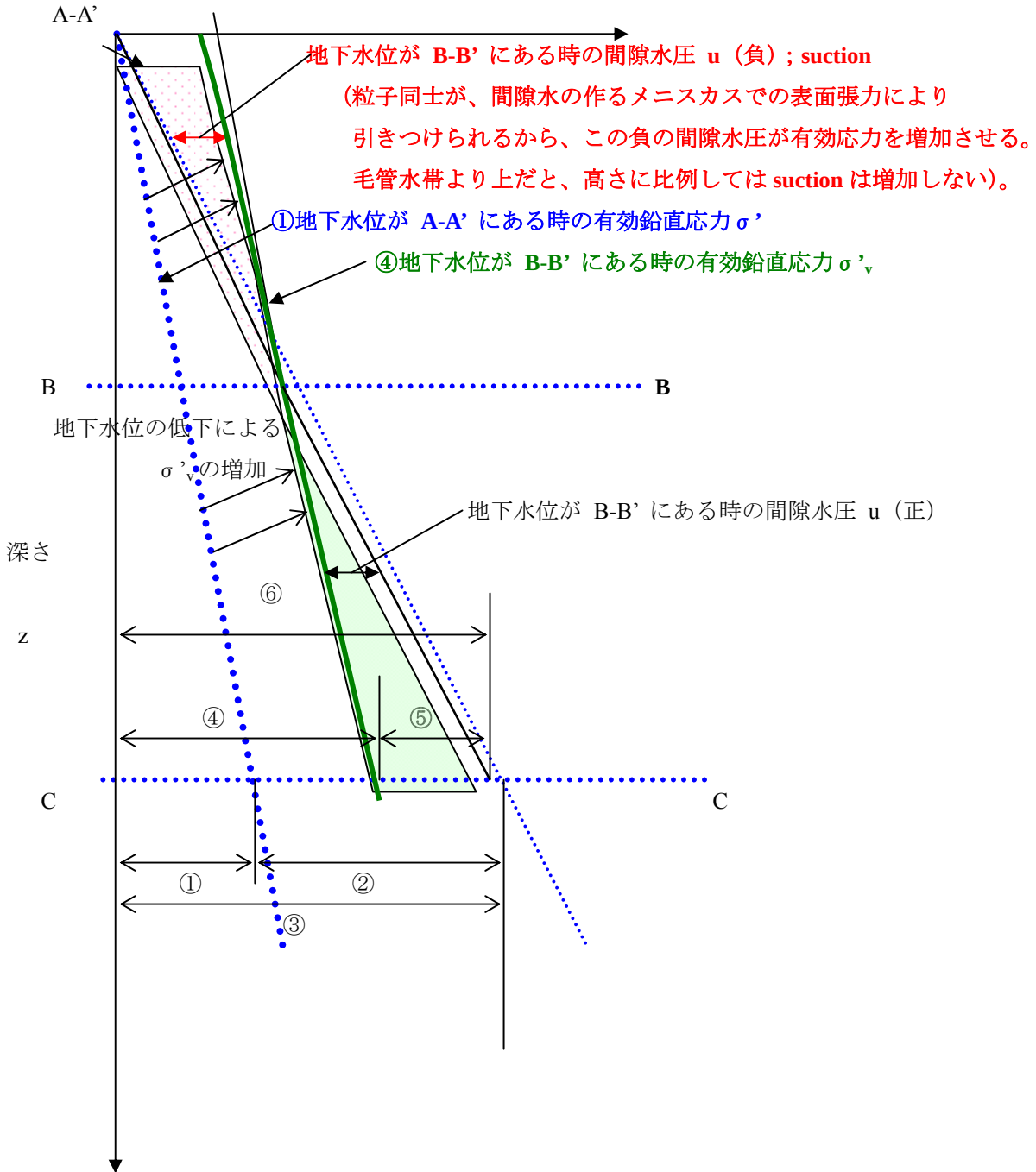
同じ答え。

○(1)式と(2)式での σ'_v の差は、 $\Delta \sigma'_v = (\gamma_t - \gamma') \cdot h = \gamma_w \cdot h$

$h = 30 \text{ m}$ とすると、 $\Delta \sigma'_v = 3.0 \text{ kgf/cm}^2$ (大変大きな値)。

地下水位が低下したことにより、 σ'_v は $\sigma'_{v0} + \Delta \sigma'_v = 4.9 \text{ kgf/cm}^2$ に増加。地下水位低下前よりも約 2.5 倍の増加。

● 整理すると、



① 地下水位が A-A' にある時の有効鉛直応力 $\sigma'_v = \gamma' \cdot z$

② 地下水位が A-A' にある時の間隙水圧 $u = \gamma_w \cdot z$

③ 地下水位が A-A' にある時の全鉛直応力 $\sigma_v = \gamma_t \cdot z = \sigma'_v + u (= \gamma' \cdot z) + u (= \gamma_w \cdot z)$

④ 地下水位が B-B' にある時の有効鉛直応力; C-C'面で $\sigma'_v \sim \gamma_t \cdot h + \gamma' \cdot (z - h) = \gamma' \cdot z + \gamma_w \cdot h$

⑤ 地下水位が B-B' にある時の間隙水圧 ; C-C'面で $u = \gamma_w \cdot (z - h)$

⑥ 地下水位が B-B' にある時の全鉛直応力 ; C-C'面で $\sigma_v \sim \gamma_t \cdot z$ (③とほぼ同じ)

第二章演習3

図1のように、飽和単位体積重量 $\gamma_t = 1.85 \text{ gf/cm}^3$ の一様な飽和水平地盤内に、深度 20 m に天端面を持つ、幅が非常に広く、かつ紙面直角方向に長い構造物がある。この天端面に作用する全鉛直応力 σ_v は、地盤内のその深度での平均的な全鉛直応力の値と等しいとする。

水位がレベルA-A'から地表面位置に、次に地表面位置からレベルB-B'に低下したとき、構造物の断面D及びD'に作用するせん断力は、大きくなるか小さくなるか、あるいはどのように変化するか、次の二つの場合について、考察せよ。ただし、水位低下後も地表面からレベルB-B'の間での飽和度は100%を保っているとする。

- 構造物は水密性であり、内部の気圧は常に大気圧と等しい場合（地下鉄のようなもの）。
- 構造物の壁体は透水性であり、構造物内部は水で満たされていて、その水圧は地盤内の同一レベルでの間隙水圧と同一である場合（排水暗渠のようなもの）。

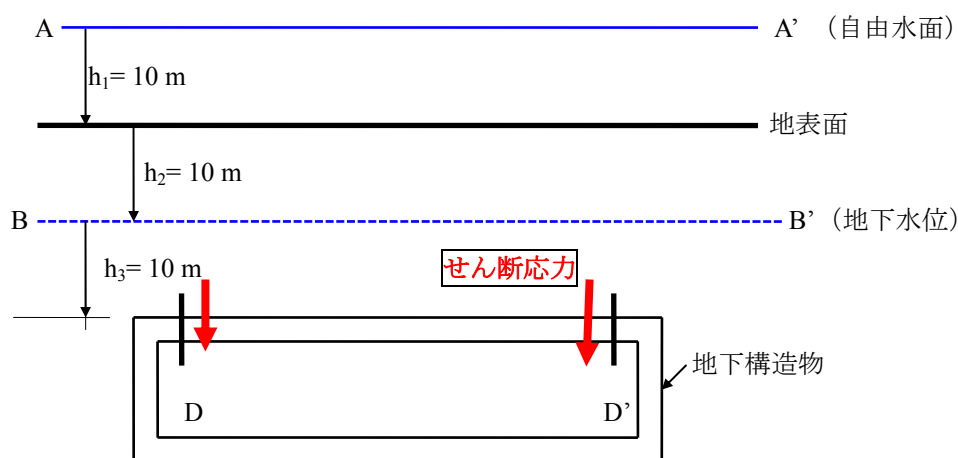
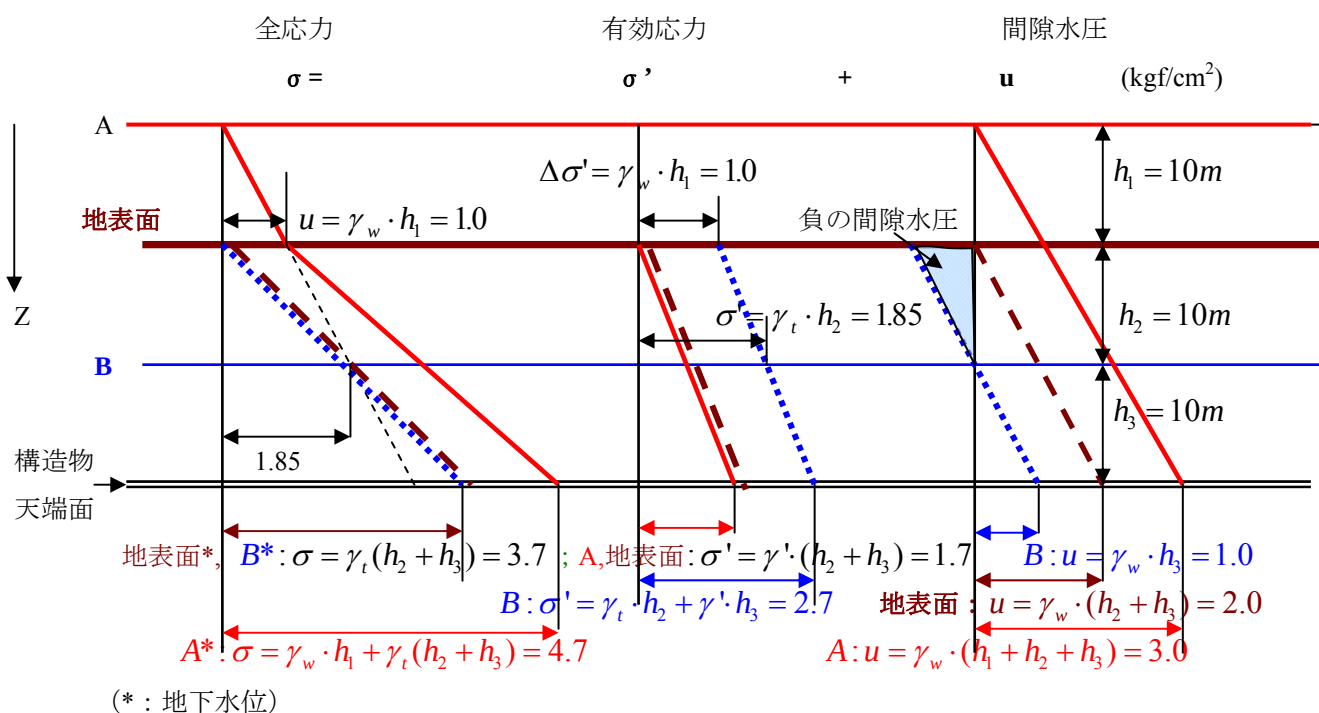


図1



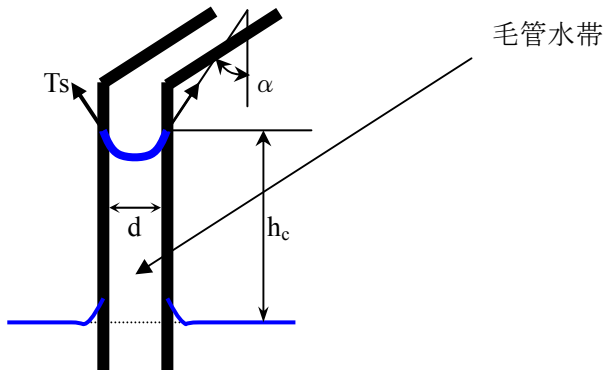
$$\gamma_t = 1.85 \text{ gf/cm}^3, \quad \gamma' = 0.85 \text{ gf/cm}^3$$

構造物 a) に対しては全応力、構造物 b) に対しては有効応力を考えれば良い。

2.1.1 土中の毛管作用

毛管水帯内の毛管は、どんな形であるか？

- ・実際は三次元。 しかも、実際は pipe 状ではないであろう。非常に不規則のはず。
- ・まず、問題を単純化して、板の間隙水で考察（二次元）



力の釣り合い：
$$h_c = \frac{2T_s \cdot \cos \alpha}{d \cdot \gamma_w} = \frac{0.150}{d} \quad (cm) \quad (2.1)$$

表面張力 $T_s = 0.075 \text{ gf/cm}$, $\alpha = 0$ とした場合

○三次元の pipe では、 $h_c = \frac{4T_s \cdot \cos \alpha}{d \cdot \gamma_w} \quad (cm)$ になる。

○ α が小さいほど、 h_c は大きい。

○ d が小さいほど、 h_c は大きい。土粒子径 D が小さいほど、 d が小さいことになる。

・同じ土中で考えれば、その中で D が小さい箇所がより大きな毛細管力を持っている。

→ D_{10} で、毛管力に対する代表粒径とする。

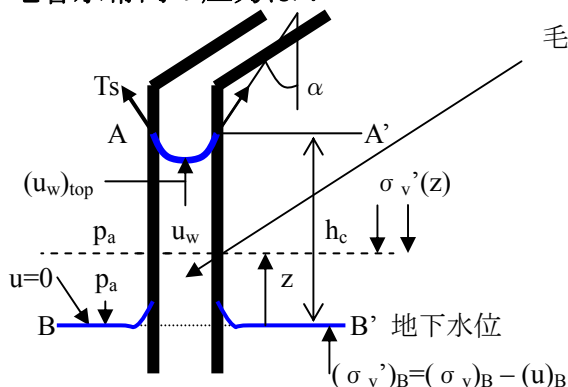
→間隙比 e が小さいほど、毛管の径は小さくなる。

以上から、半経験・半理論式。

$$h_c = \frac{C}{e \cdot D_{10}} \quad (2.3)$$

2.1.2 毛管圧力と結合力

毛管水帯内の圧力は？



毛管水帯

$$u_w < p_a$$

$$u = u_w - p_a (< 0); \quad u(z) = (u)_B - \gamma_w \cdot z; \quad z \text{ に対して線形。}$$

$$\sigma_v'(z) = \sigma_v(z) - u(z) \text{ [第5章で出てくる]}$$

$$= [(\sigma_v)_B - \gamma_t \cdot z] - [(u)_B - \gamma_w \cdot z]$$

$$= [(\sigma_v')_B + (u)_B - \gamma_t \cdot z] - [(u)_B - \gamma_w \cdot z]$$

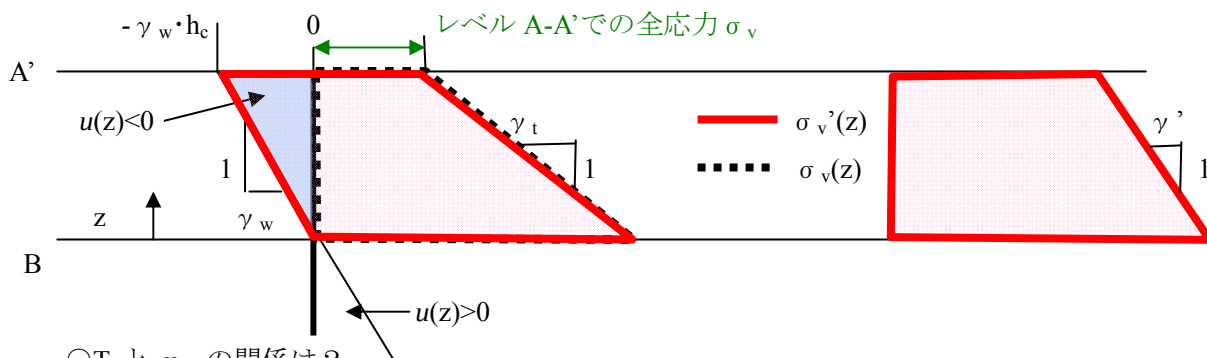
$$= (\sigma_v')_B - (\gamma_t - \gamma_w) \cdot z$$

$$= (\sigma_v')_B - \gamma' \cdot z$$

この式は、 $\sigma_v'(z)$ が z に対して線形に変化している

こと（地下水位以下と同様に γ' の勾配で変化している

こと）を示している（下の分布図参照）。



○ T_s と u_w の関係は？

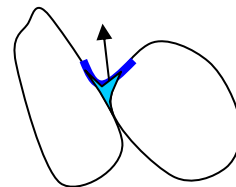
力の釣り合いから、

$$(u_w)_{\text{top}} = p_a - \gamma_w \cdot h_c = p_a - \gamma_w \cdot (2T_s \cdot \cos \alpha) / (d \cdot \gamma_w) = p_a - (2T_s \cdot \cos \alpha) / d$$

$$(u)_{\text{top}} = (u_w)_{\text{top}} - p_a = -(2T_s \cdot \cos \alpha) / d$$

$$(\text{suction at top}) = -(u)_{\text{top}} = (2T_s \cdot \cos \alpha) / d$$

$T_s = 0.075 \text{ gf/cm}$ という非常に小さい表面張力が、 d が小さいと、”suction at the top” = $-(u)_{\text{top}}$ は非常に大きな値になりうる。 $(u)_{\text{top}} = -1.0 \text{ kgf/cm}^2$ 以下もあり得る。 d が小さいと、「 d の間から液体が飛び出して気体になることがない状態」が実現する（下の表で*の場合）。



$h_c = C / (e \cdot D_{10})$ はどれほどの大きさか？

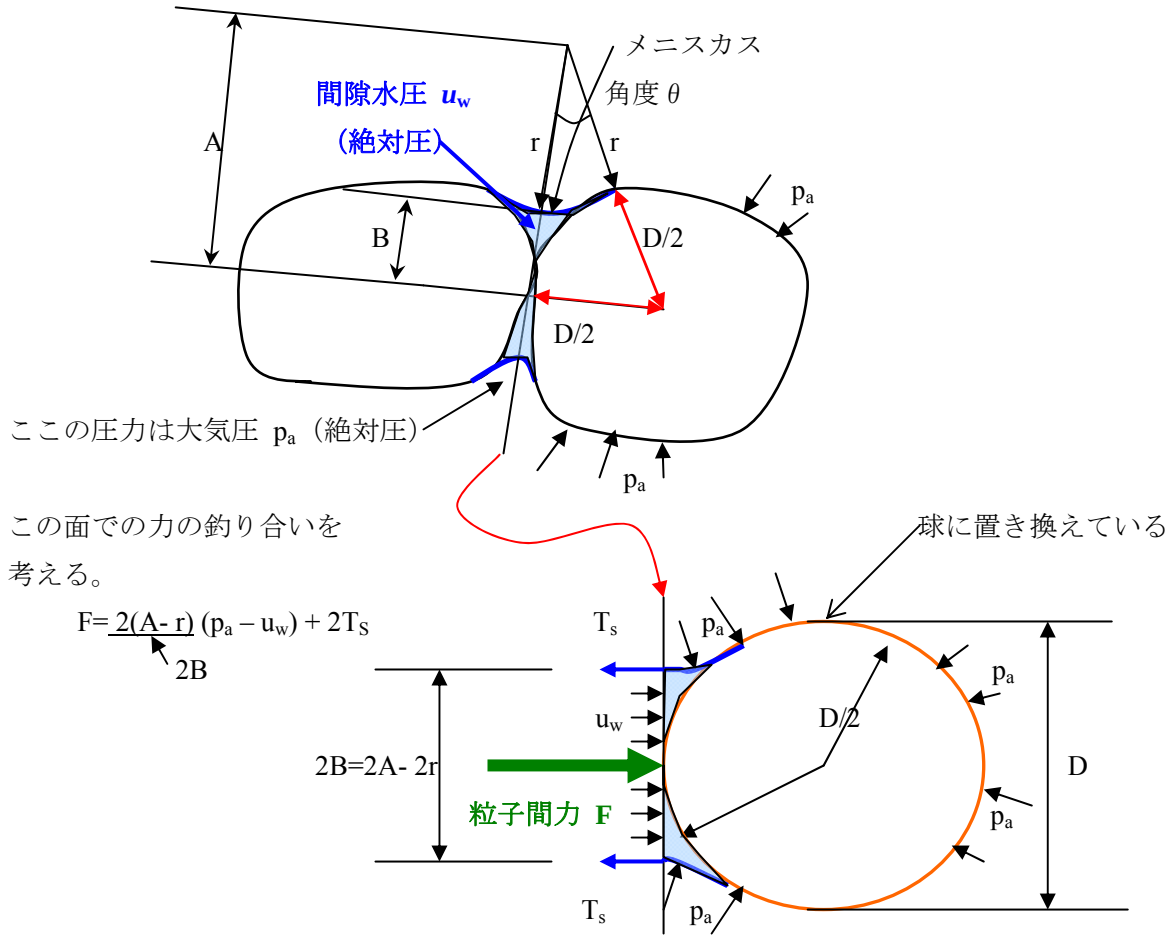
○ $C = 0.1 - 0.5 \text{ cm}^2$ （経験値）。 $C = 0.25 \text{ cm}^2$ として、

	$D_{10} \text{ (mm)}$	$D_{10} \text{ (cm)}$	間隙比 e	h_c	$(u)_{\text{top}} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$	$(u)_{\text{top}} \text{ (kPa)}$
礫	2	0.2	0.5	2.5 cm	- 0.0025	- 0.24
中砂	0.2	0.02	0.6	21 cm	- 0.021	- 2.0
細砂	0.02	0.002	0.7	180 cm	- 0.18	- 17.6
シルト	0.002	0.0002	1.0	12.5 m	- 1.25*	- 123
粘土	0.0002	0.00002	2.0	62.5 m	- 6.25*	- 613

粘土では、 h_c は非常に大きくなりうる。従って、粘土地盤は地下水位以上でも飽和に近い状態であることが多い。

2粒子間に間隙水がある状態を考察する。

2粒子間の接触問題は、本来は3次元問題。しかし、3次元は非常に複雑。まず、2次元で考察する。



表面張力によって発生した2粒子間の接触力

$$F = 2(A-r)(p_a - u_w) + 2T_s = 2r \left\{ \sqrt{1 + \frac{D}{r}} - 1 \right\} \cdot (p_a - u_w) + 2T_s = 2T_s \sqrt{1 + \frac{D}{r}} \quad (2.7)$$

$$A = \sqrt{\left(r + \frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2} = r \cdot \sqrt{1 + \frac{D}{r}}$$

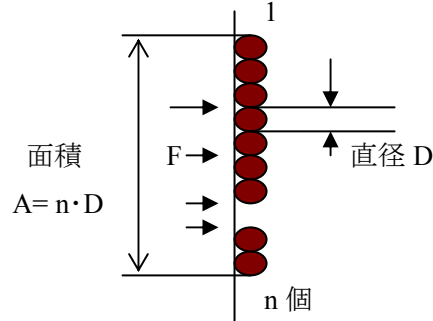
θ によらず、 $T_s = (p_a - u_w) \cdot r$ or $(p_a - u_w) = T_s / r$ (説明は次頁)。

○同一の飽和度 S_r では、粒子径 D と r はほぼ比例する。

今、仮に、飽和度がある値であり $D=r$ となっている状態を仮定すると、

$$F = 2 \cdot \sqrt{1 + \frac{D}{r}} \cdot T_s = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot T_s \quad (2.8) \text{ (粒径 } D \text{ に依らない式)}$$

○今、 n 個の並んだ粒子での力釣り合いを考える。



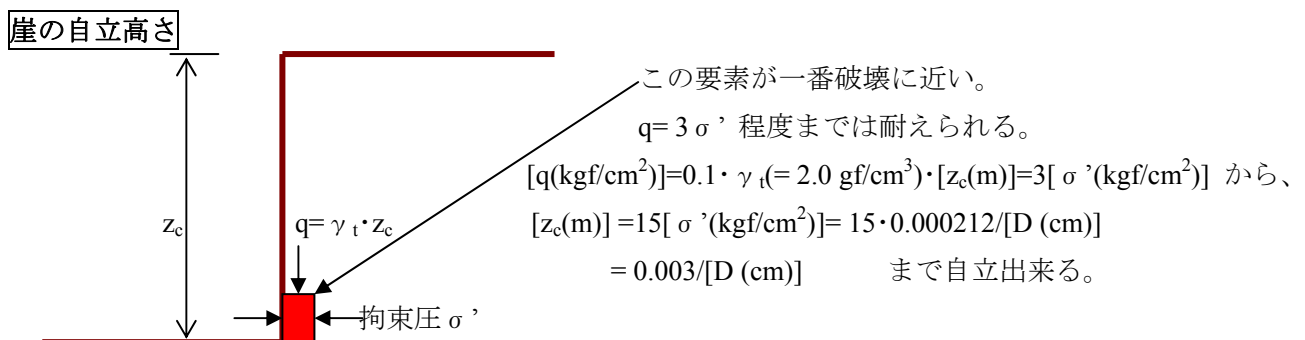
この面に作用する「 F を原因とする平均応力 σ' 」は、

$$\sigma' = \frac{n \cdot F}{A} = \frac{n \cdot F}{n \cdot D} = \frac{F}{D} = \frac{2\sqrt{2} \cdot T_s}{D} \quad (2.9)$$

これは、(2.8)式では F は D に依存しないが、「 F を原因とする平均応力 σ' 」は D が小さいほど大きくなることを示している。「 **F を原因とする平均応力 σ'** 」は、 **D に反比例！！！！**

- ・ $T_s = 0.075 \text{ gf/cm}$ を用いると、 $\sigma' = 0.212/[D \text{ (cm)}] \text{ (gf/cm}^2\text{)} = 0.000212/[D \text{ (cm)}] \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$
- ・ 粒径 D が小さくなると、「 F を原因とする平均応力 σ' 」は急速に大きくなる。

	$D_{50} \text{ (mm)}$	$D_{50} \text{ (cm)}$	$\sigma' \text{ (kgf/cm}^2\text{)}$	σ' が一定の場合 の崖の自立高さ z_c
礫	5	0.5	0.0004	0.6 cm
中砂	0.5	0.05	0.004	6 cm
細砂	0.1	0.01	0.02	30 cm
シルト	0.01	0.001	0.2	3 m
粘土	0.001	0.0001	2.0	30 m



○粒子径 D が小さい粘土では、自立高さ z_c は非常に大きくなりうる。

○しかし、本来自立高さ z_c は、飽和度 S_r の関数である。

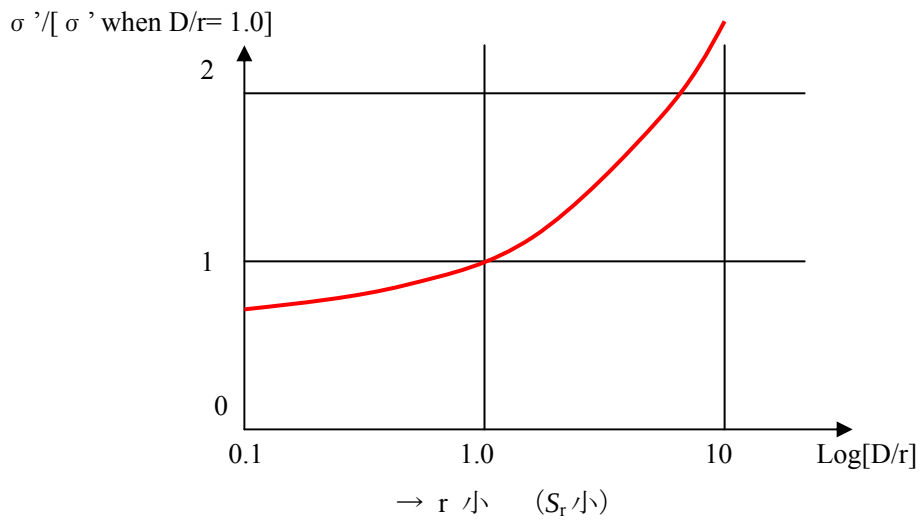
$$[z_c \text{ (m)}] = 15 [\sigma' \text{ (kgf/cm}^2\text{)}]$$

に、 $\sigma' = n \cdot F/A = n \cdot 2T_s \sqrt{(1 + D/r)/(n \cdot D)} = 2T_s \{\sqrt{(1 + D/r)/D}\}$ (2.7)式を代入すると、

$$[z_c \text{ (m)}] = 30T_s \{\sqrt{(1 + D/r)/D}\}$$

飽和度が低いほど（ゼロに近接しなければ）、 r は小さくなり、 σ' は大きくなり、

崖の自立高さは大きくなる。



以上の問題を，3次元的に考察すると、

$$F = \pi \cdot T_s \cdot D \{ D/(2r) + 1 \}$$

$$\sigma' = (6/\alpha) \cdot T_s/D \quad ; \quad A = n \cdot \alpha (< 1.0) \cdot \pi \cdot (D/2)^2$$

$\alpha = 3/\sqrt{2}$ の時、2次元の場合の式と一致する。

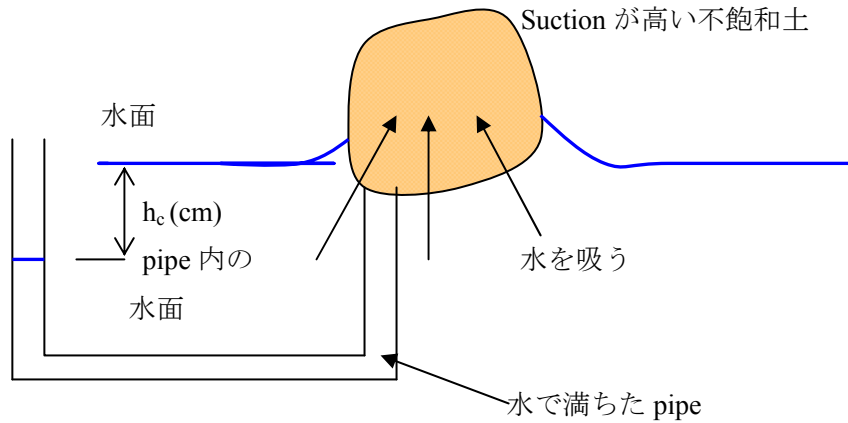
2.1.4 Suction の測定[略]

○ $\text{Suction} = (p_a - u_w) = a \cdot T_s / r$ (二次元 $a = 1.0$)

あり得る r の値が非常に広い。従って、あり得る suction の範囲が非常に広い。

例) 農業関係: $S_r \rightarrow$ 小、粒径 $\rightarrow$ 小の場合がある。従って、 $r \rightarrow$ 小。

非常に大きな suction を扱うことがある。



○ 1.0 kg/cm^2 以上の Suction (つまり、絶対圧が 0.0 kg/cm^2 以下の間隙水圧) があり得る。

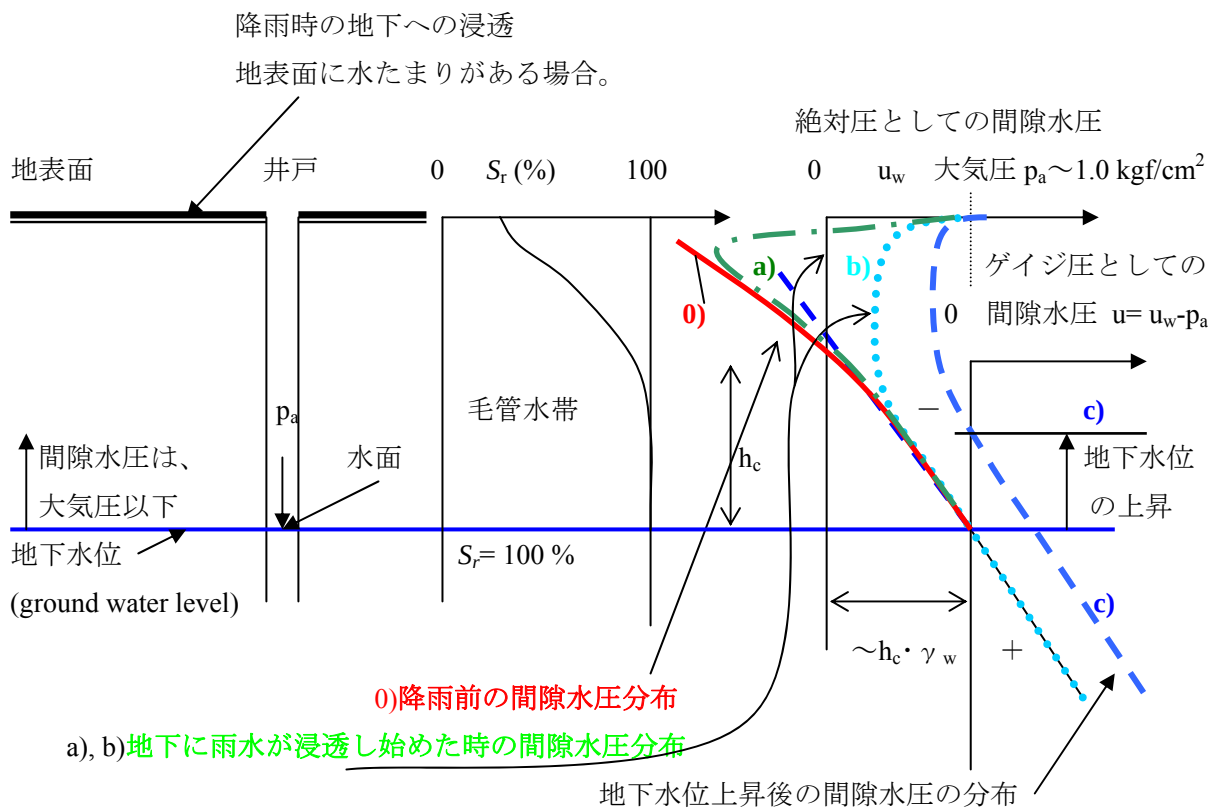
従って、対数で表現する。

○ 測定法 $pF = \log_{10}(\text{suction} / \gamma_w) = \log_{10}(h_c)$ (p: 対数、F: free energy)

単位: $\text{gf/cm}^2 / \text{gf/cm}^3 = \text{cm}$

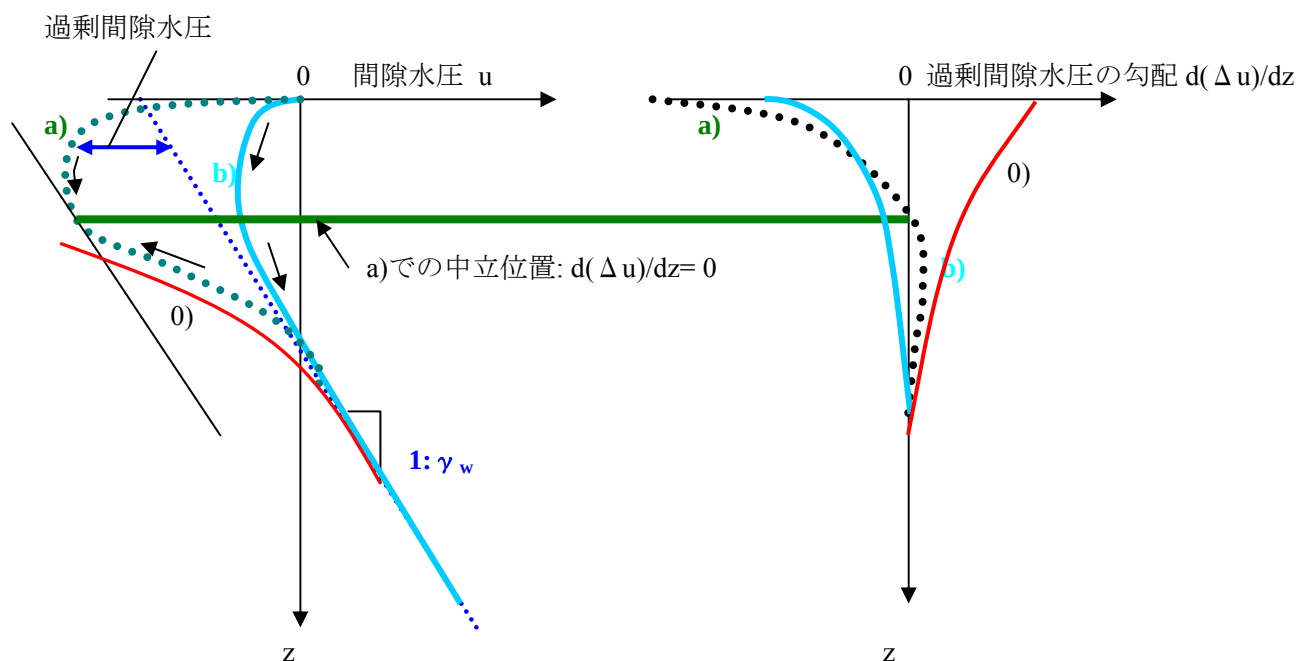
1000 cm の水を吸い上げる力; $pF = 3$

2.1.5 不飽和領域への浸透



[メカニズム 1]

- 初期段階 0) では、地下水は地下から地表に向かっている。
- 初期段階 a) では、地表近くでは地下への浸透が開始したが、地下水位近くではまだ地下水は上昇している。
- 段階 b) になって、地表から地下水位までの範囲で地下水は下方に浸透しており、雨水は地下水位まで勢い良く浸透できる。
- 段階 0) から、段階 b) までに時間が掛かる。
- 段階 c) では、雨水が地下水位以下に浸透しており、地下水位が上昇している。



○ $d(u)/dz < \gamma_w$: 間隙水は、地表から地下の方向($dz > 0$)への浸透。

○ $d(u)/dz = \gamma_w$: 間隙水は、動かない（静水状態）。

○ $d(u)/dz > \gamma_w$: 間隙水は、地下から地表方向($dz < 0$)への浸透。

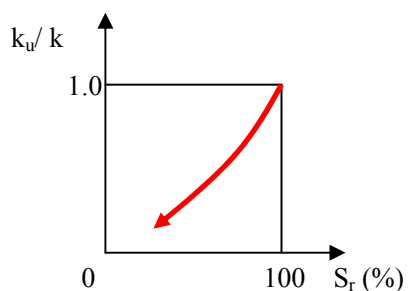
○ $d(\Delta u)/dz < 0$: 間隙水は、地表から地下の方向($dz > 0$)への浸透。

○ $d(\Delta u)/dz = 0$: 間隙水は、動かない（静水状態）。

○ $d(\Delta u)/dz > 0$: 間隙水は、地下から地表方向($dz < 0$)への浸透。

[メカニズム2]雨水浸透の場合の、透水係数

不飽和土の透水係数 k_u は飽和土の透水係数 k よりも小さい。



（理由）メニスカスにより粒子に固定された間隙水が存在するため、間隙水が自由に移動できる空間が狭くなっているから。

● メカニズム1，2により、意外に、降雨直後から地下に向かって、勢い良く雨水が浸透する訳ではない。

* 地下に浸透をしやすいするために、人工的に浅い井戸を掘ることもある。