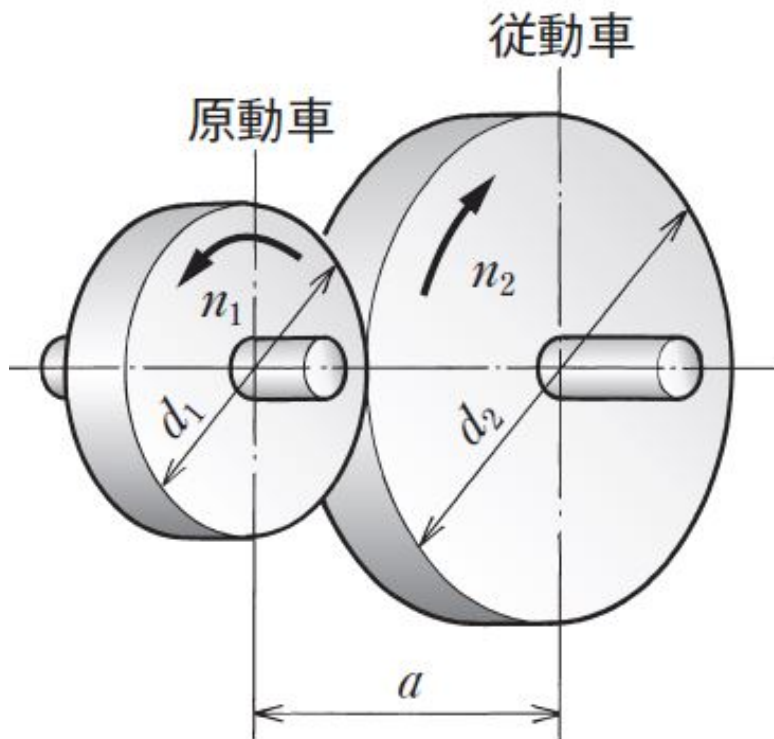
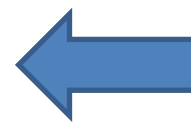


第8章 歯車

8.1 歯形

摩擦車は、円筒面を押し付けて、その摩擦力で動力を伝達する

機構学で
学習済み



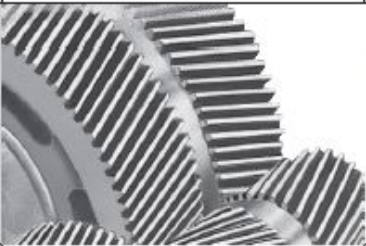




円筒面なので円滑であるが、伝達トルクが大きくなると滑りが生じる



外周面に歯を設けて、かみ合いにより、滑りを防止

8.1.1 歯車の種類

歯車の種類		特 長	用 途
2軸が平行なときに用いる歯車	平歯車①	 歯すじが軸に平行な直線である円筒歯車。	最もふつうに用いられる。
	はすば歯車②	 歯すじがつるまき線である円筒歯車で、平歯車より大きな動力を円滑に伝えることができる。	一般的な動力伝達装置、減速装置に適する。
	やまば歯車③	 向きの違うはすば歯車を合わせたもので、歯面力の軸方向分力がたがいに打ち消しあう。	大動力の伝達、減速に用いられる。
	内歯車④	 円筒の内側に歯がある歯車。	遊星歯車装置に用いられている。
	ラック⑤	 回転運動を直線運動に変えたり、直線運動を回転運動に変える。ラックは基準円直径が無限大になった状態の歯車。	工作機械などの送り装置などに用いられる。

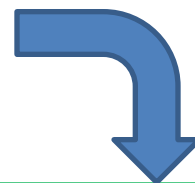
歯車は、

- ・回転軸の相対位置
- ・歯の形で分類される

2軸が交わるときに用いる歯車	すぐばかさ歯車⑥		歯すじが基準円すいの母線と一致するような円すい形の歯車。	工作機械や諸機械の動力伝達装置、差動歯車装置に適する。
	まがりばかさ歯車⑦		歯すじが曲線であるかさ歯車。歯あたり面積が大きいので、強度が大で、回転も静かである。	自動車、トラクタなどの減速装置に用いられる。
2軸が平行でもなく、交差もしない歯車	ハイポイドギヤ⑧		くいちがい軸の間に運動を伝達する円すい状の1組の歯車。	自動車の差動歯車装置などに用いられる。
	ウォームギヤ⑨		ウォームとこれにかみあうウォームホイールとからなる1組の歯車で、ふつう、2軸が直角な場合の運動伝達に使われる。	比較的小形な装置で大きな速度伝達比を得るような減速装置に適する。
	ねじ歯車⑩		二つの軸がくいちがっていて、平行でもなく交わりもしないものである。速度伝達比が小さく、増速も可能で効率もよい。	自動機械などに用いられている。

8.1.2 円筒摩擦車

原動車の直径を d_1 、回転速度を n_1
従動車の直径を d_2 、回転速度を n_2

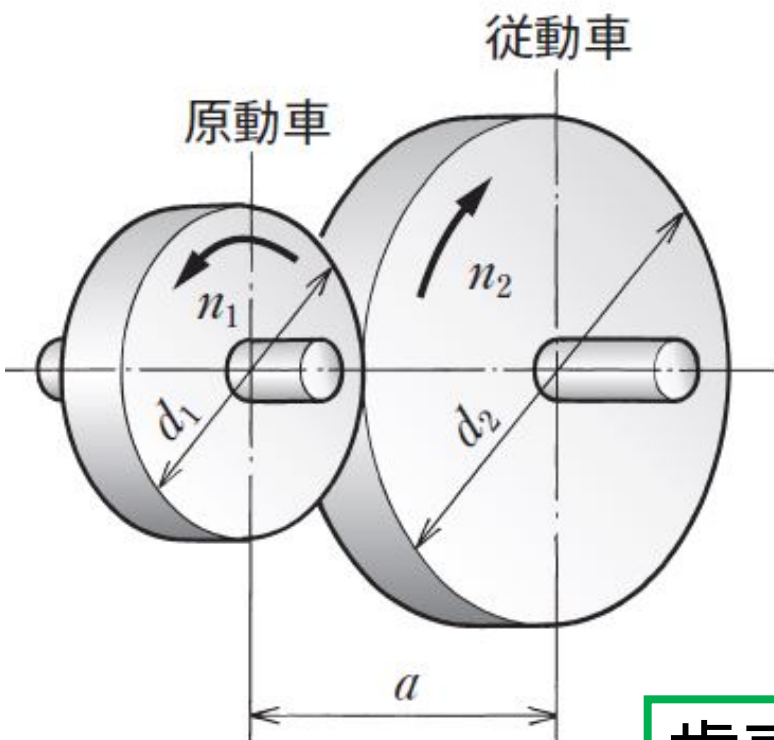


接触部における周速度は同じ

$$\pi d_1 n_1 = \pi d_2 n_2$$

直径と回転速度の関係は

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$



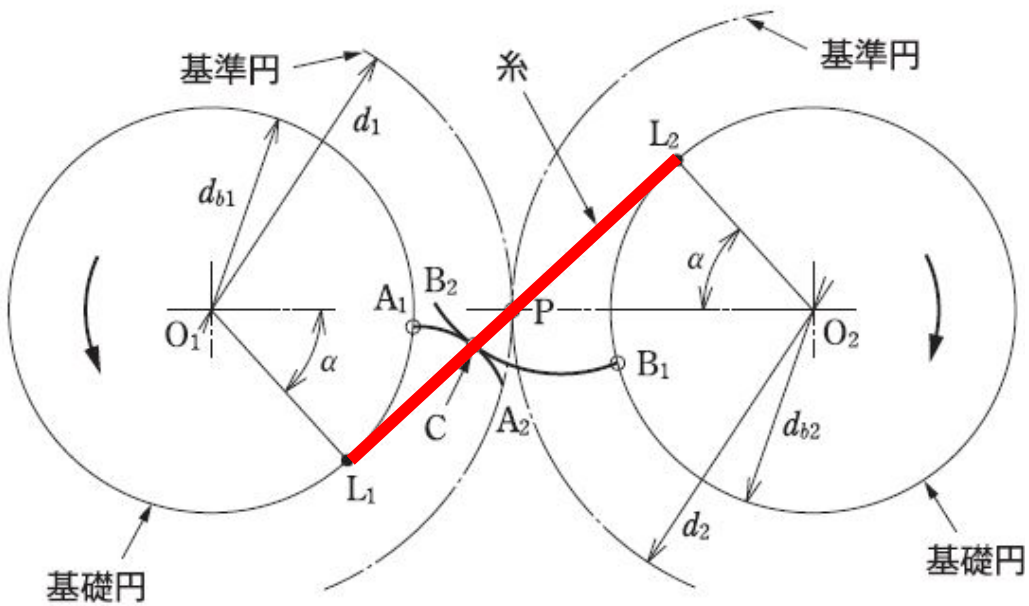
歯車においても同じ考えが適用できる

8.1.3 インボリュート歯形

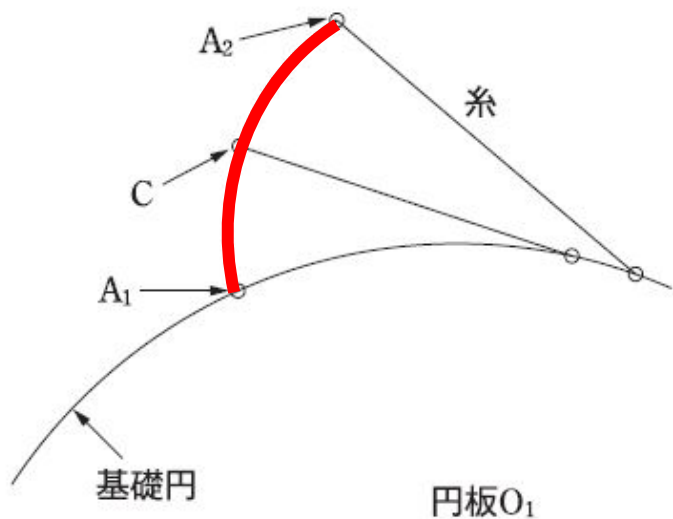
(1) 滑らかに回転を伝える歯形

2つの円筒に糸を巻きつけ、糸が緩まないように回転させると糸は、 **L_1L_2 上を移動**する

糸の任意の点Cに鉛筆を取り付けて、車を回転させると、軌跡は **A_1CA_2**



L_1L_2 : 作用線 α : 基準圧力角 P : ピッチ点
 d_{b1}, d_{b2} : 基礎円直径 d_1, d_2 : 基準円直径



円板に巻きつけた糸をほどいていくときの糸の先端が描く曲線

曲線 A_1CA_2 の輪郭形状を切り取って歯にしてかみ合わせれば、その接点Cは L_1L_2 上を動く



両車を糸によって回転させる場合と同じになる

(2) インボリュート歯形

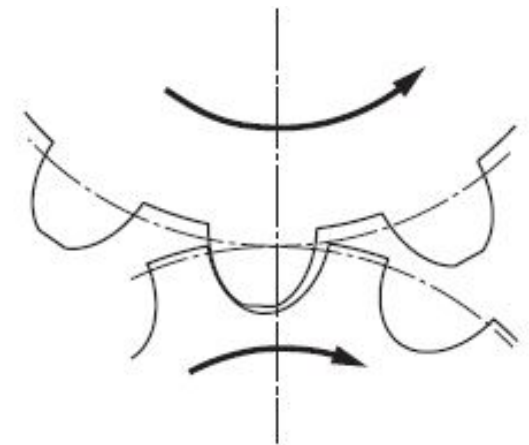
円筒に糸を巻きつけ、緩まないようにほどいた時に先端が描く図形 → **インボリュート曲線** (曲線 A_1CA_2)

歯形がインボリュート歯形

→ **インボリュート歯車**

インボリュート曲線の直径 d_{b1} 、 d_{b2}

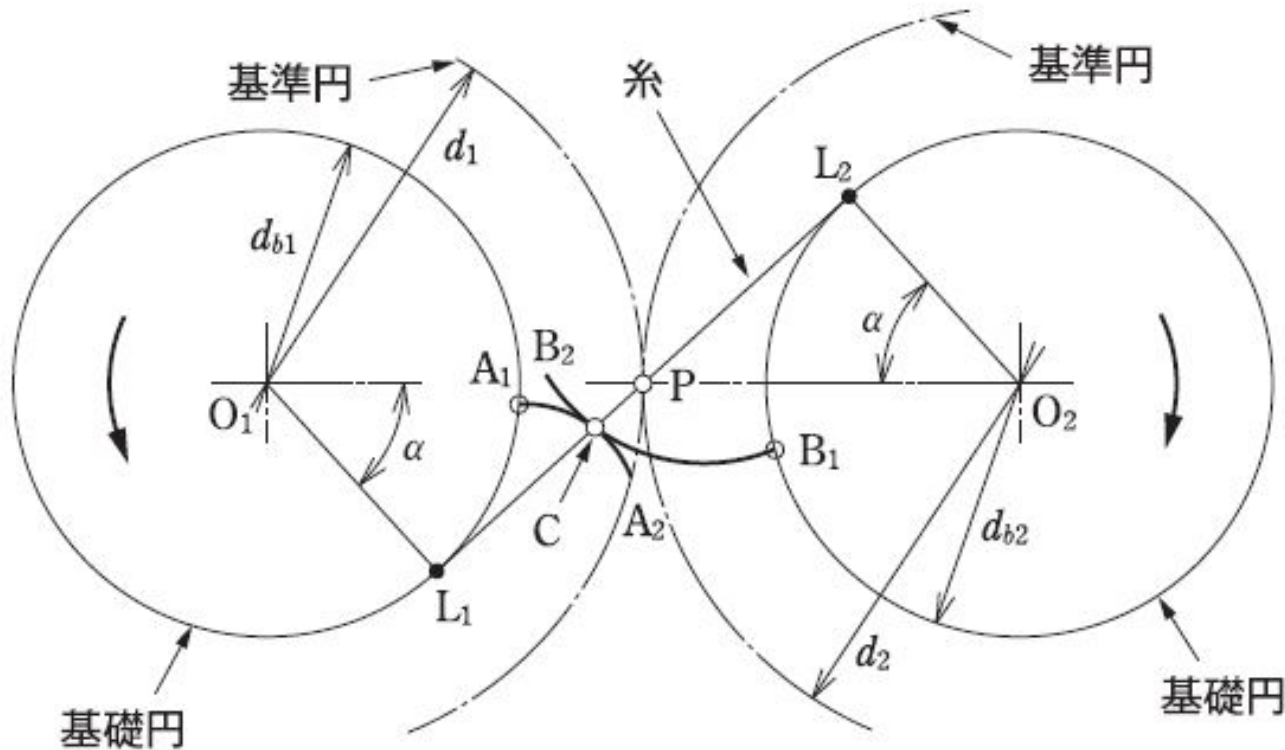
→ **基礎円直径**



インボリュート以外の歯形

(3) 基準円と基準圧力角

直線 L_1L_2 : 作用線 基準円の直径: 基準円直径
直線 L_1L_2 と O_1O_2 の交点: ピッチ点 O_1O_2 と O_1L_1 のなす
 O_1P 、 O_2P を半径とする円: 基準円 角度: 圧力角

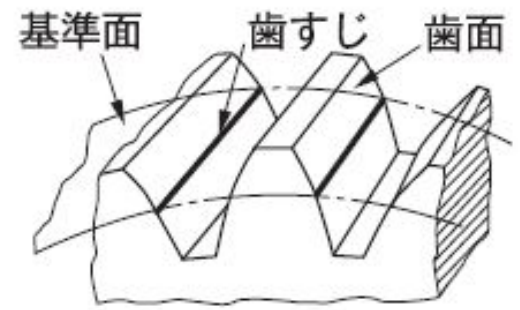


圧力角は
標準で 20° 、
 14.5° もある

L_1L_2 : 作用線 α : 基準圧力角 P: ピッチ点
 d_{b1}, d_{b2} : 基礎円直径 d_1, d_2 : 基準円直径

8.2 インボリュート平歯車

平歯車：歯筋が軸に平行な歯車

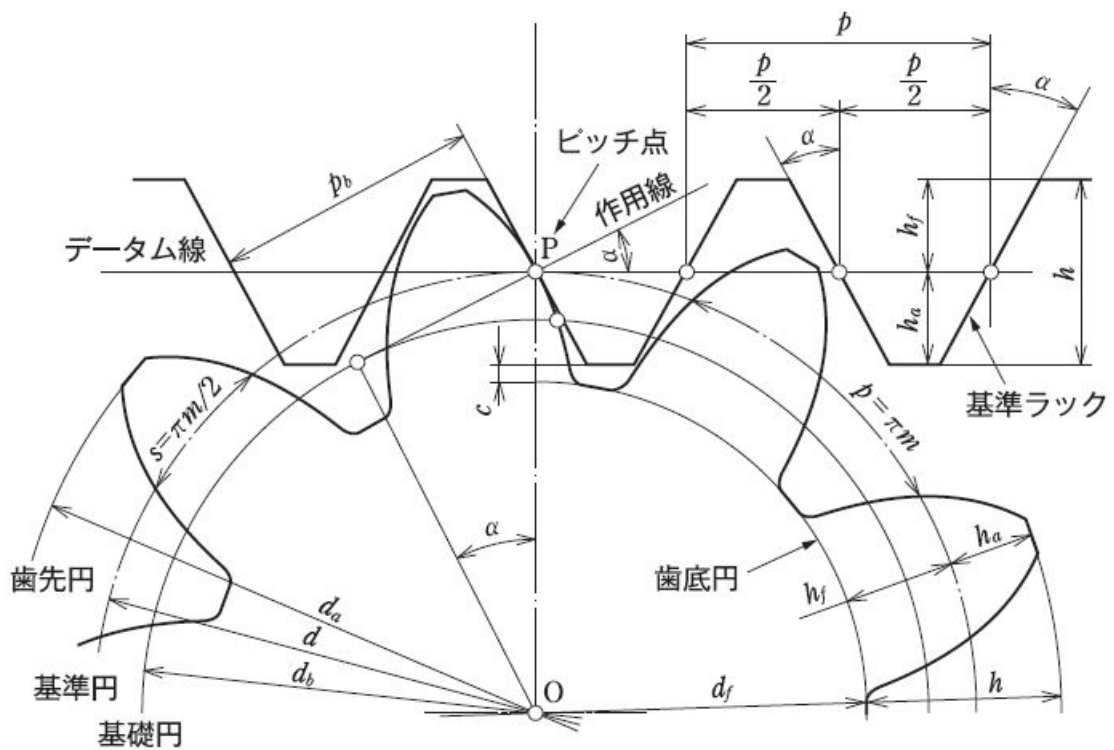


8.2.1 (1) 基準ラック

O_2 の基準円直径を無限大 \rightarrow 直線になり、直線上に歯が並ぶ



基準ラック



(2) データム線
基準ラックにおいて
歯厚がピッチpの
半分になるように
引いた直線

α : 基準圧力角, d : 基準円直径, d_b : 基礎円直径, d_a : 歯先円直径,
 d_f : 歯底円直径, p : ピッチ, p_b : 基礎円ピッチ, h : 歯たけ, h_a : 歯末のたけ,
 h_f : 歯元のたけ, c : 頂げき, s : 歯厚, m : モジュール

8.2.2 歯の大きさ

(1) モジュールとピッチ

ピッチ p : 歯と歯の間隔

モジュール m : 歯の大きさ



$$d = mz$$
$$p = \pi m$$

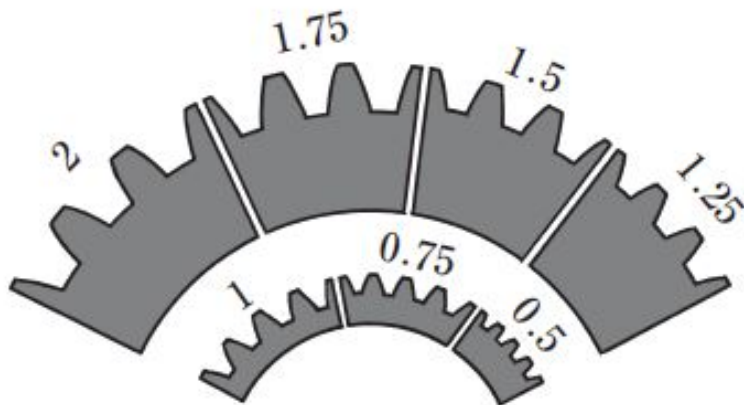


表 8-2 モジュール m の標準値

[単位 mm]

系列 I	系列 II	系列 I	系列 II
0.5		2	
0.6	0.55	2.5	2.25
	0.7	3	2.75
0.8	0.75	4	3.5
	0.9	5	4.5
1		6	5.5
1.25	1.125		(6.5)
1.5	1.375	8	7
	1.75	10	9

注 できるかぎり I 列のモジュールを用いることが望ましい。(6.5) はできるかぎり避ける。

最初にモジュールが選択され、歯数によって基準円の直径が決まる

(2) 歯たけと頂げき

歯末のたけ h_a : 基準円から歯の先端までの高さ

通常 $h_a = m$

歯元のたけ h_f : 基準円から歯底までの深さ

通常 $h_f = 1.25m$

このうち $0.25m$ 分は相手歯先と干渉しないための逃げで、頂げき c という

歯先円直径: $d_a = d + 2h_a = m(z + 2)$

歯底円直径: $d_f = d - 2h_f = m(z - 2.5)$

(3) 中心距離

1対の歯車の中心間距離:

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$$

表 8-3 平歯車の寸法 (標準値) [単位 mm]

基準円直径	$d_1 = mz_1, d_2 = mz_2$
ピッチ	$p = \pi m$
中心距離	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}$
歯末のたけ	$h_a = m$
歯元のたけ	$h_f = h_a + c = 1.25m$
頂げき	$c = 0.25m$
歯たけ	$h = h_a + h_f = 2.25m$
歯先円直径	$d_{a1} = d_1 + 2h_a = m(z_1 + 2)$ $d_{a2} = d_2 + 2h_a = m(z_2 + 2)$
歯底円直径	$d_{f1} = d_1 - 2h_f = m(z_1 - 2.5)$ $d_{f2} = d_2 - 2h_f = m(z_2 - 2.5)$
歯厚	$s = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}$

モジュールmを基準にした標準片歯車各部の寸法

標準片歯車の

圧力角は20°

例題 1

モジュール $m = 3 \text{ mm}$, 歯数 $z_1 = 20$, $z_2 = 40$ の平歯車がある。各歯車の基準円直径 d , 歯先円直径 d_a , 中心距離 a を求めよ。

解答

表 8-3 から, 基準円直径は,

$$\begin{aligned}d_1 &= mz_1 = 3 \times 20 = 60 \text{ [mm]}, \quad d_2 = mz_2 = 3 \times 40 \\ &= 120 \text{ [mm]}\end{aligned}$$

歯先円直径 d_a と中心距離 a は,

$$\begin{aligned}d_{a1} &= m(z_1 + 2) = 3 \times (20 + 2) = 66 \text{ [mm]} \\ d_{a2} &= m(z_2 + 2) = 3 \times (40 + 2) = 126 \text{ [mm]}\end{aligned}$$

$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{60 + 120}{2} = 90 \text{ [mm]}$$

答 $d_1 = 60 \text{ mm}, \quad d_2 = 120 \text{ mm},$

$$d_{a1} = 66 \text{ mm}, \quad d_{a2} = 126 \text{ mm}, \quad a = 90 \text{ mm}$$

8.2.3 かみあう歯車

(1) ← 機構学で学習済みなので省略

(2) かみ合い率

歯車が連続的にかみ合うためには、1組以上の歯が常にかみ合っている必要がある

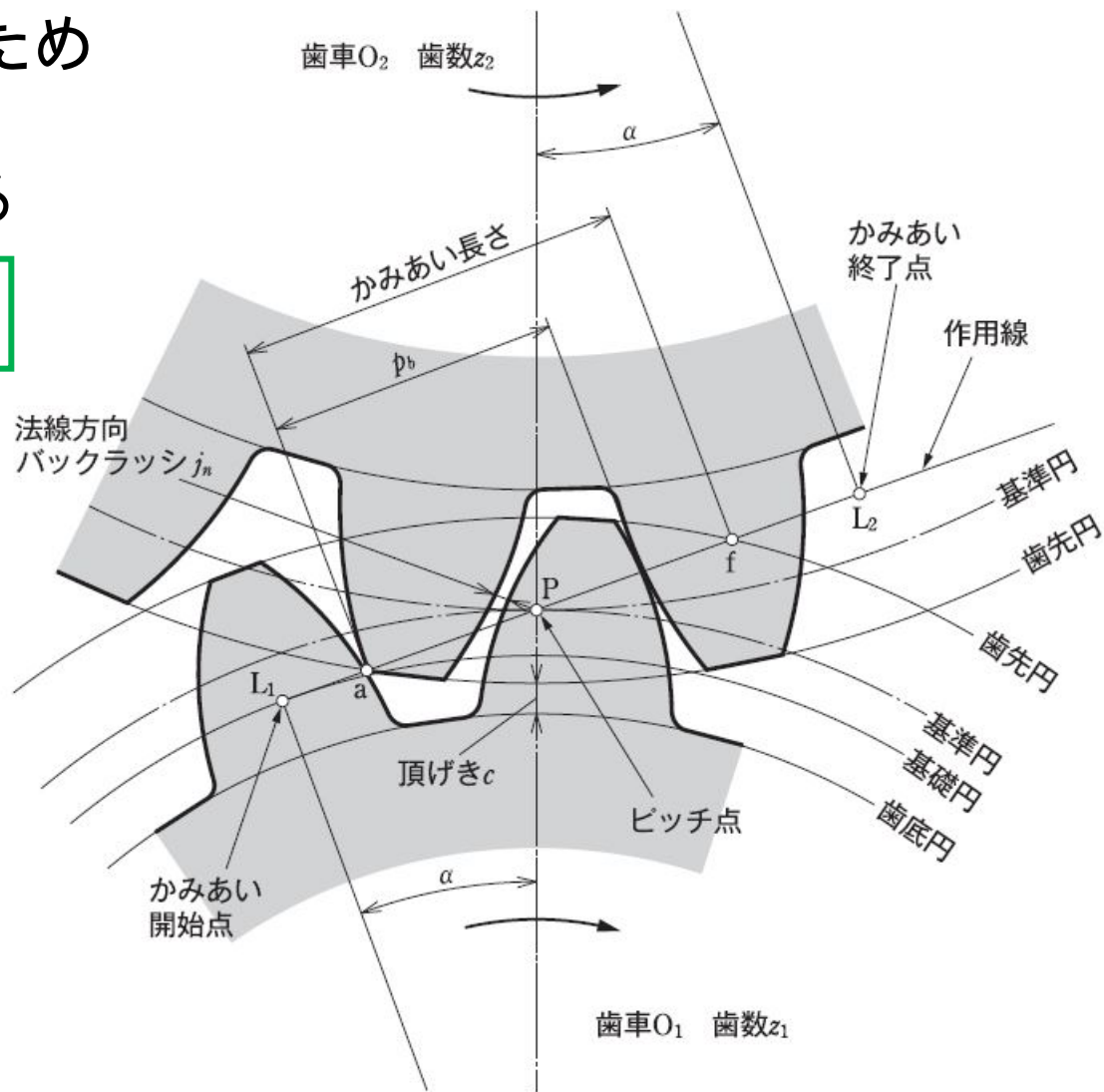
線分af: かみ合い長さ

作用線上の歯と歯の間隔: 基礎円ピッチ p_b

かみ合い率:

$$af / p_b$$

一般的には、1.2 ~ 2.5



(3) バックラッシ

バックラッシ：歯面間のすきま

- ・少ないと回転時に干渉が起こる
- ・大きすぎると振動や騒音が大きくなる

法線方向バックラッシは、0.03 ~ 0.1mm程度

(4) 歯車の最小歯数

$$Z_g = 2 / \sin^2 \alpha$$

圧力角	20°	14.5°
理論的 z_g	17	32
実用的 z_g'	14	26

8.2.4 転位歯車

歯数を小さくしたい、中心距離をわずかに変更したい等の要求

(1, 2) 転位係数、限界

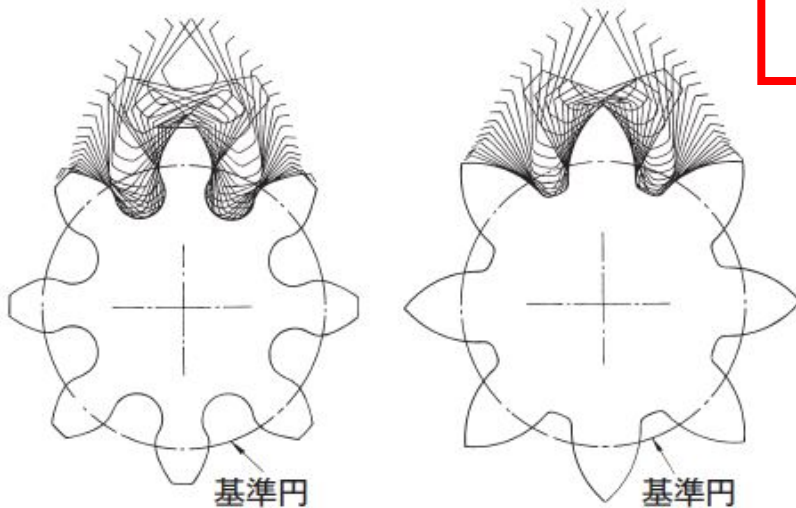
歯切り加工時にラックの位置をピッチ線位置から上にずらすと歯元の太い歯ができる。逆に下にずらすと歯元が細い歯車ができる。そのずれ量を**転位量**と言い、**モジュールの倍数**で表す。

$$\pm xm$$

正転位：歯先が尖るまで
(**とがり限界**)

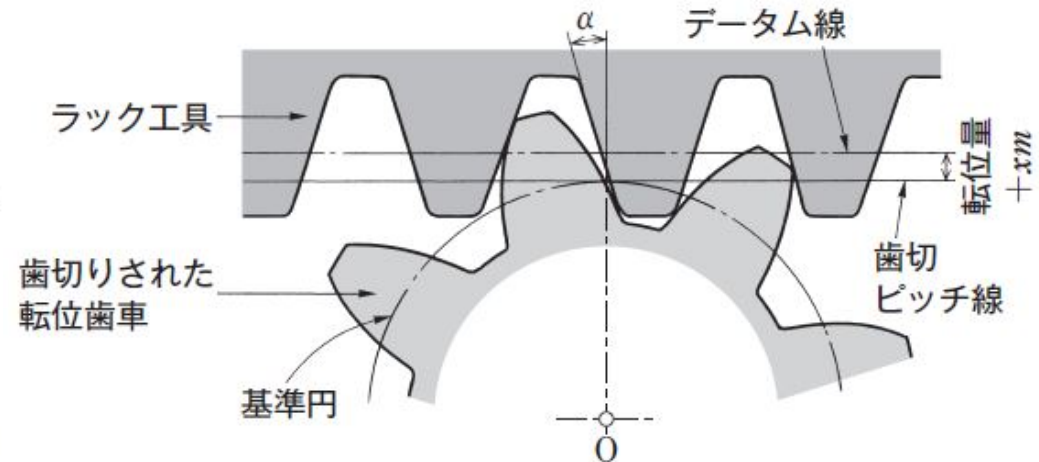
負転位：ラックが切り
込めるまで
(**切り下げ限界**)

ラックが上方：正の転位
ラックが下方：負の転位



(a) 切下げが生じた歯車

(b) 切下げのない転位歯車



8.3 平歯車の設計

8.3.1 歯の強さ

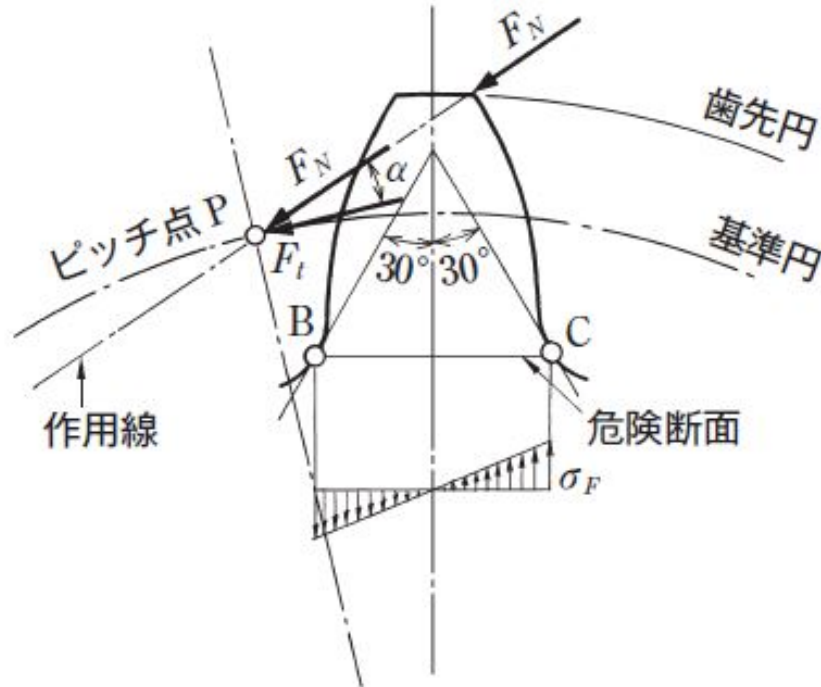
かみ合い率は1以上であるが、強度計算は**1つの歯に荷重が作用**するものとして検討する

(1) 歯の曲げ強さ

円周力: $F_t = \frac{1000 P}{v}$

歯車作用線上の荷重:

$$F_N = \frac{F_t}{\cos \alpha}$$

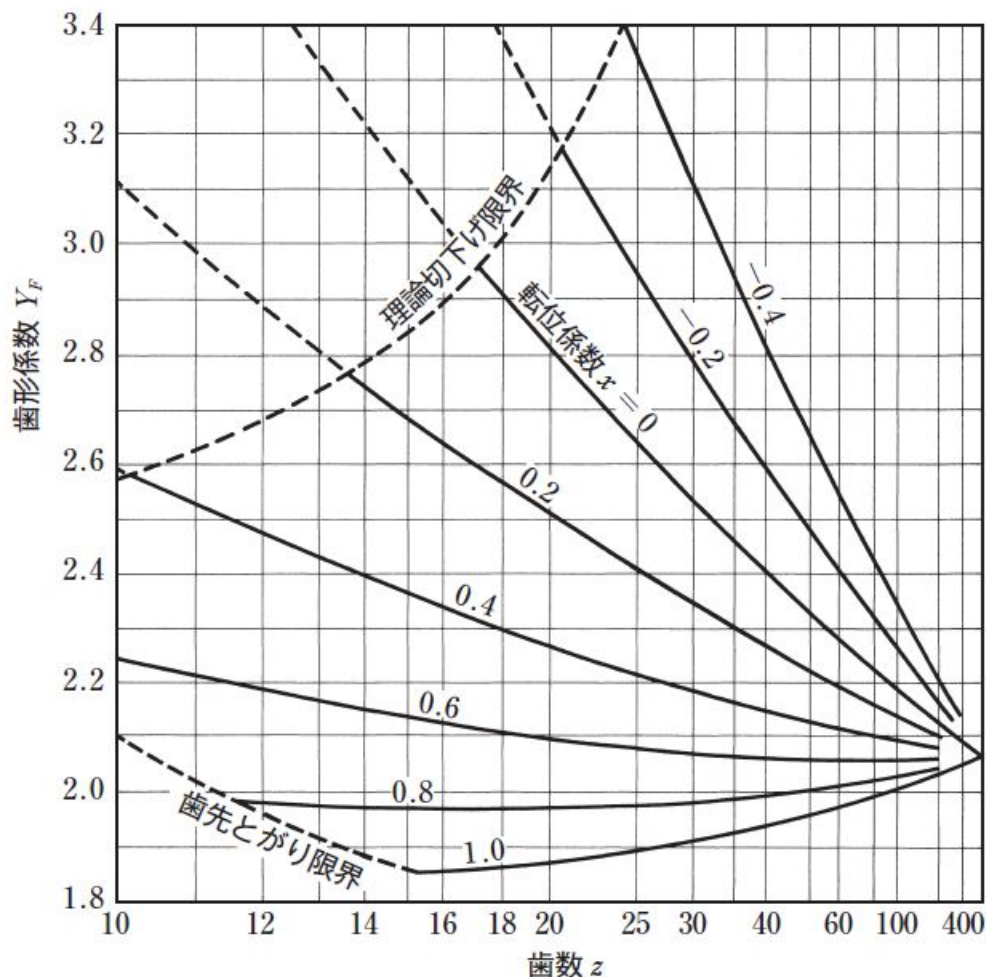
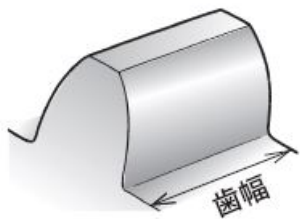


危険断面: 曲げによる破壊が起こる断面

危険断面に作用する曲げ応力が**許容曲げ応力**を超えないようにする

$$\sigma_F = \frac{F_t}{bm} Y_F K_A K_V \leq \sigma_{Flim}$$

ここで、 F_t ：式 (8-9) による円周力 [N]， Y_F ：図 8-9 に示す歯形係数^①， b ：歯幅 [mm]， m ：モジュール [mm]， K_A ：回転中のトルク変動や衝撃荷重などを考慮した表 8-5 の使用係数， K_V ：歯車の加工誤差などによる荷重変動を考慮した動荷重係数^③ ($K_V = 1.2$ としてよい)， σ_{Flim} ：表 8-4 に示す許容曲げ応力 [MPa] である。



材質が同じであれば、
歯数が小さい方が弱い

$$F_t = \frac{\sigma_{Flim} b m}{Y_F K_A K_V}$$

$$b = \frac{F_t Y_F K_A K_V}{\sigma_{Flim} m}$$

(2) 歯面強さ

歯面の接触応力が高いと、歯面に摩耗やピッチングが生じやすくなる → 接触は弾性変形の範囲内にする



歯面の接触応力 σ_H は、ヘルツ理論(式)に従って計算

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t (u + 1)}{ubd_1}} Z_H Z_E \sqrt{K_A K_V} \leq \sigma_{Hlim}$$

ここで、 F_t ：式(8-9)による円周力 [N]， d_1 ：小歯車の基準円直径 ($= mz_1$) [mm]， b ：歯幅 [mm]， u ：歯数比 ($= \frac{z_2}{z_1}$ ， $z_1 \leq z_2$)，

Z_H ：領域係数 ($= \frac{2}{\sqrt{\sin 2\alpha}}$ ，圧力角 $\alpha = 20^\circ$ のとき $Z_H = 2.495$)，

K_A ：表8-5の使用係数， Z_E ：表8-6の材料定数係数 [$\sqrt{\text{MPa}}$]，

K_V ：動荷重係数 ($= 1.2$)， σ_{Hlim} ：表8-4の許容ヘルツ応力 [MPa]

である。

表8-4 表面硬化していない歯車の許容応力

材 料 (矢印は参考)		硬 さ		引張強 さ下限 [MPa] (参考)	$\sigma_{Flim}^{②}$ [MPa]	$\sigma_{Hlim}^{③}$ [MPa]
		HBW	HV ^①			
鑄 鋼	SC 360			363	71.2	335
	SC 410			412	82.4	345
	SC 450			451	90.6	355
	SC 480			481	97.5	365
構 造 用 炭 素 鋼 (焼 なら し)		120	126	412	135	405
		130	136	447	145	415
		140	147	475	155	430
		150	157	508	165	440
		160	167	536	173	455
		170	178	570	180	465
		180	189	604	186	480
		190	200	635	191	490
		200	210	670	196	505
		210	221	699	201	515
		220	230	735	206	530
		230	242	769	211	540
		240	252	796	216	555
	250	263	832	221	565	

表面硬化していない = 熱処理をしていない

表8-5
使用係数 K_A

駆動機械		被動機械の運転特性			
運転特性	駆動機械の例	均一負荷	中程度の衝撃	かなりの衝撃	激しい衝撃
均一負荷	モータ・蒸気タービン・ガスタービン	1.00	1.25	1.50	1.75
軽度の衝撃	蒸気タービン・ガスタービン・油圧モータおよびモータ	1.10	1.35	1.60	1.85
中程度の衝撃	多気筒内燃機関	1.25	1.50	1.75	2.0
激しい衝撃	単気筒内燃機関	1.50	1.70	2.0	≥ 2.25

表8-6
材料定数係数 Z_E

歯車			相手歯車			材料定数係数*2 $Z_E [\sqrt{\text{MPa}}]$
材料	記号	縦弾性係数 $E [\text{GPa}]$	材料	記号	縦弾性係数 $E [\text{GPa}]$	
鋼	*1	206	構造用鋼	*1	206	190
			铸鋼	SC	202	189
			球状黒鉛鉄	FCD	173	181
			ねずみ鉄	FC	118	162
铸鋼	SC	202	铸鋼	SC	202	188
			球状黒鉛鉄	FCD	173	181
			ねずみ鉄	FC	118	162
球状黒鉛鉄	FCD	173	球状黒鉛鉄	FCD	173	174
			ねずみ鉄	FC	118	157
ねずみ鉄	FC	118	ねずみ鉄	FC	118	144

注 鋼 (*1) は炭素鋼, 合金鋼, 窒化鋼およびステンレス鋼とする。

最大円周力 F_t と最小歯幅 b は、以下の式となる

$$F_t = \left(\frac{\sigma_{Hlim}}{Z_H Z_E} \right)^2 \frac{u}{u+1} \cdot \frac{b m z_1}{K_A K_V}$$

$$b = F_t \left(\frac{Z_H Z_E}{\sigma_{Hlim}} \right)^2 \frac{u+1}{u} \cdot \frac{K_A K_V}{m z_1}$$



歯の強さは、曲げ強さと歯面強さを計算して、両方を満足させなければならないが、一般的に表面硬化をしていない歯車では、歯面強さから計算した F_t の方が小さくなる

8.3.2 歯幅・キー溝

(1) 歯幅

歯の曲げ強さ(式8-11)

$$F_t = \frac{\sigma_{Flim} b m}{Y_F K_A K_V}$$
$$b = \frac{F_t Y_F K_A K_V}{\sigma_{Flim} m}$$

歯面の強さ(式8-13)

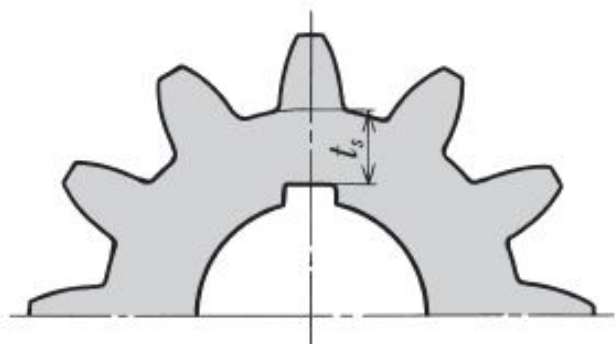
$$F_t = \left(\frac{\sigma_{Hlim}}{Z_H Z_E} \right)^2 \frac{u}{u+1} \cdot \frac{b m z_1}{K_A K_V}$$
$$b = F_t \left(\frac{Z_H Z_E}{\sigma_{Hlim}} \right)^2 \frac{u+1}{u} \cdot \frac{K_A K_V}{m z_1}$$

歯幅を大きくすれば、モジュールを小さくできるが、加工誤差などにより、歯面を一様に接触させることが困難になる

歯幅とモジュールの比率

	歯幅の種類	
	並幅 (軽荷重用)	広幅 (重荷重用)
$K = \frac{b}{m}$	6	~ 10

(2) 歯車のキー溝の条件



t_s が小さいと歯のたわみやキー溝の変形が生じる



t_s には目安がある

鋼・プラスチック： $t_s \geq 2.2m$
鋳鉄： $t_s \geq 2.8m$

例題 3

次のような仕様の平歯車で、負荷の変動がないものとして伝達できる最大の動力を求めよ。

	材 料	歯数 z	回転速度 n	モジュール $m = 3 \text{ mm}$ 圧力角 $\alpha = 20^\circ$ 歯幅 $b = 30 \text{ mm}$
小歯車	S35C (150HBW)	20	600 min^{-1}	
大歯車	S35C (150HBW)	60	200 min^{-1}	

解答

歯の曲げ強さと歯面強さから円周力 F_t を求め、小さいほうの動力をとる。

① **曲げ強さから求める円周力** 大・小歯車の材料の強さが同じであるので、歯の曲げ強さは小歯車について検討する。図 8-9 から歯数 $z = 20$ の歯形係数は $Y_F = 2.8$ 、表 8-5 から $K_A = 1.0$ 、 $K_V = 1.2$ 、表 8-4 から S35C では、 $\sigma_{Flim} = 165 \text{ MPa}$ である。したがって、式 (8-11) から、小歯車における最大の円周力は、次のようになる。

$$F_t = \frac{\sigma_{Flim} b m}{Y_F K_A K_V} = \frac{165 \times 30 \times 3}{2.8 \times 1.0 \times 1.2} = 4420 \text{ [N]}$$

② **歯面の強さから求める円周力** 表 8-4 から $\sigma_{Hlim} = 440 \text{ MPa}$ 、 $u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{60}{20} = 3$ 、 $Z_H = \frac{2}{\sqrt{\sin 2\alpha}} = 2.495$ 。表 8-6 から $Z_E = 189 \sqrt{\text{MPa}}$ 。これらを式 (8-13) に代入すると、円周力は、

$$\begin{aligned} F_t &= \left(\frac{\sigma_{Hlim}}{Z_H Z_E} \right)^2 \frac{u}{u+1} \cdot \frac{b m z_1}{K_A K_V} \\ &= \left(\frac{440}{2.495 \times 189} \right)^2 \times \frac{3}{3+1} \times \frac{30 \times 3 \times 20}{1.0 \times 1.2} \\ &= 979.5 \text{ [N]} \end{aligned}$$

③ **伝達動力** 円周力として、最も小さい $F_t = 979.5 \text{ [N]}$ を採用する。周速度は、

$$v = \frac{\pi m z_1 n_1}{1000 \times 60} = \frac{\pi \times 3 \times 20 \times 600}{1000 \times 60} = 1.885 \text{ [m/s]}$$

となる。伝達動力 P は、式 (8-9) から次のようになる。

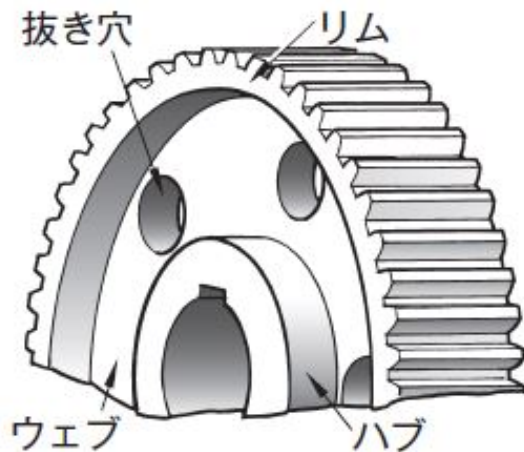
$$P = \frac{F_t v}{1000} = \frac{979.5 \times 1.885}{1000} = 1.85 \text{ [kW]}$$

答 1.85 kW

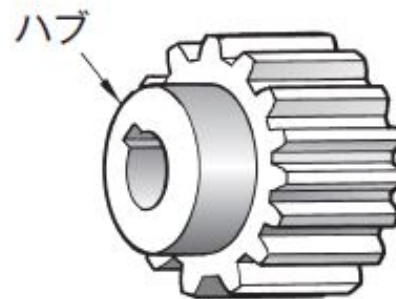
(3) 歯車のリム・ウェブ・ハブ

平歯車は、歯面部分だけでは、機械に取り付けることができない。 →リム・ウェブ・ハブなどを付ける

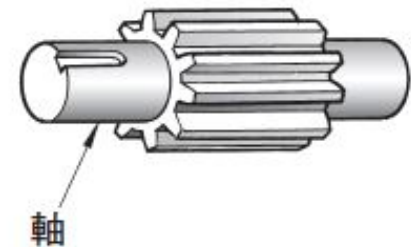
外径が200mmを過ぎると(a)の構造が増えるが、抜き穴、リムの厚さ、ハブ厚さなどは、強度を満たすようにFEM解析などをして、適正値を決めている



(a) ウェブ構造



(b) 円板形 (ハブ付き)



(c) 軸と一体

(4) 設計の進め方

平歯車へのスペック(伝達動力、回転速度、速度比など)を満たすように設計する必要がある。



設計法の一例

- ① 原動軸と従動軸の直径を決める。
- ② モジュールと歯数を仮設定する。
- ③ 歯幅を歯の曲げ強さと歯面強さから求める。
- ④ 歯車各部の寸法を決める。
- ⑤ 結果が適切であるかどうかを検討し、不適切な場合は②に戻ってモジュールと歯数を設定し直す。

(5) 設計例

要求事項

動力 2.2 kW, 回転速度 1460 min^{-1} のモータ (**Note 8-3**) から伝えられる回転を減速比 2 (**Note 8-4**) で減速する平歯車を歯の曲げ強さと歯面強さから設計せよ。ここで、歯車と軸の材料は S35C (200HBW), 小歯車の基準円直径を約 60 mm とする。



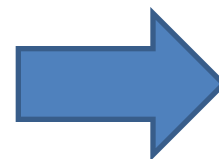
軸の直径

モジュールと歯数

歯幅

各部の寸法

の順番で計算し、適合しているかを確認していく

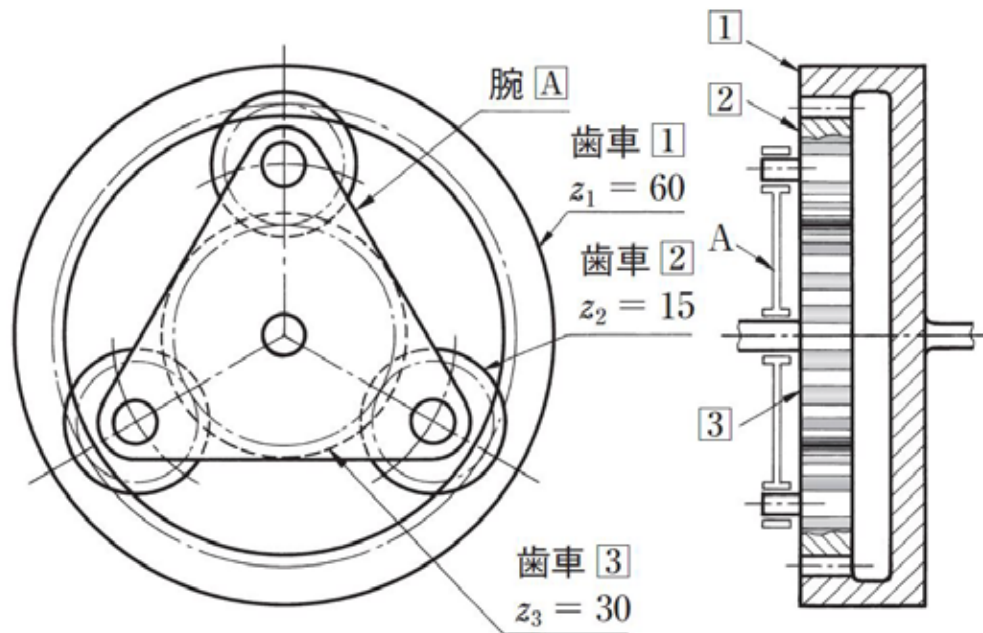


テキストで
やり方を
確認

8.4 歯車伝動装置 → 機構学と同じなのでパス

このテキストでは、**減速比**と表現しているが、機構学では**速度比**と説明した。→ 式を見ると、被動 / 駆動であり、意味はこれまでと同じでる。

$$\text{歯車列の減速比} = \frac{\text{被動歯車の歯数の積}}{\text{駆動歯車の歯数の積}}$$



実際の遊星歯車の構造



最低3方向から支持しないと軸荷重を安定して支えられない