第2章　機械に働く力と仕事

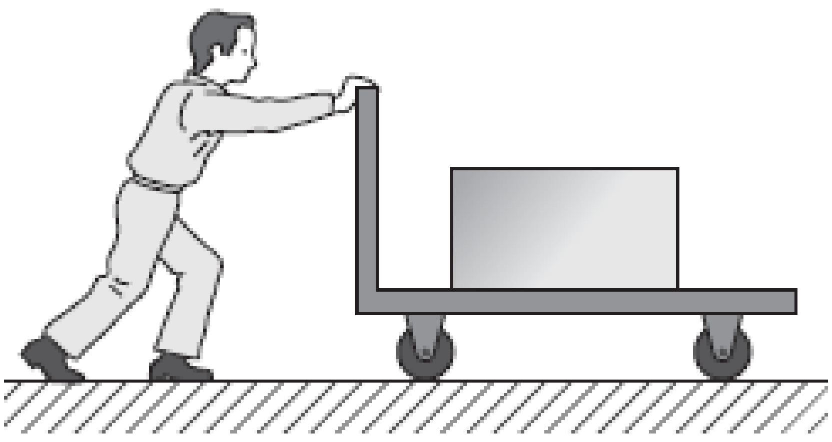
2.1 機械に働く力

2.1.1 力

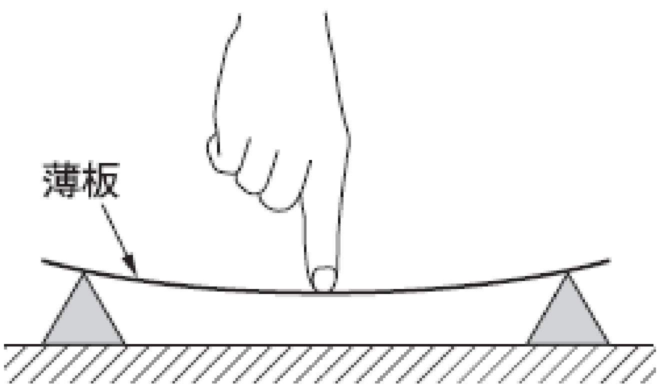
力とは・・・？

① 物体の**運動状態を変化**させるもの

② **物体を変形**させるもの



台車の動き（静止から運動、速度変化）



薄板の変形

2.1.2 力の表し方

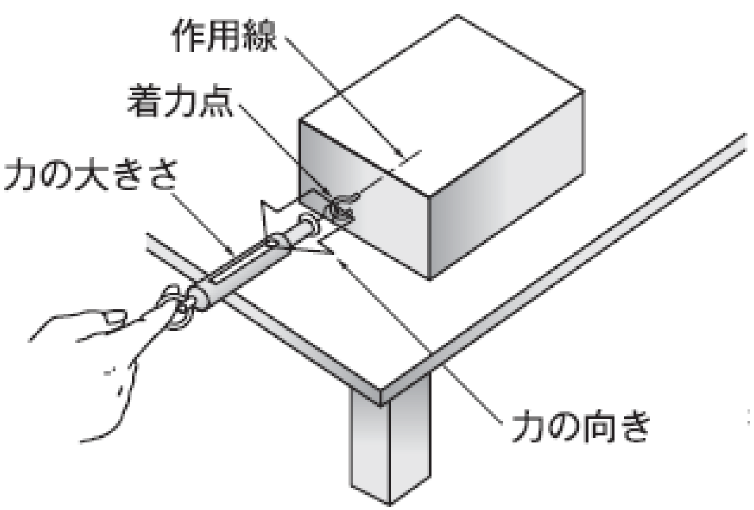
力の3要素 (中学?、高校?)

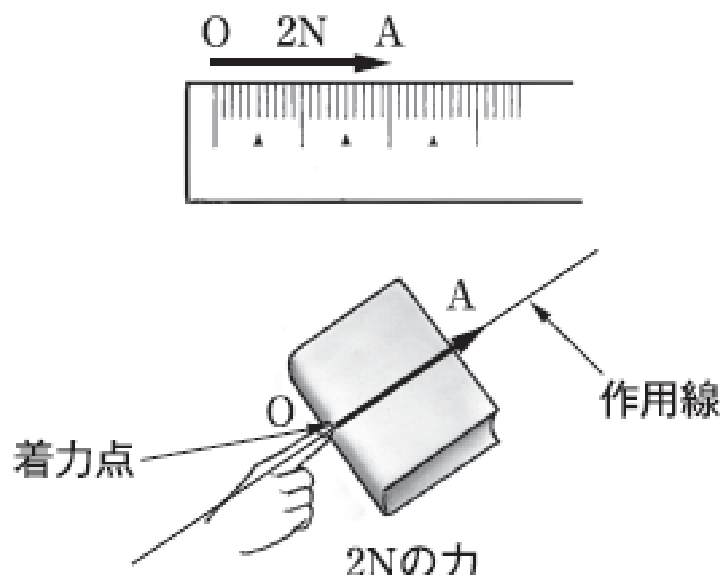
① 力の**大きさ**　：　単位はN (kN)

② 力が**作用する点**　：力が作用する点を**着力点**

③ 力の**向き**　：　方向を示す線を**作用線**

力はベクトルとして表される





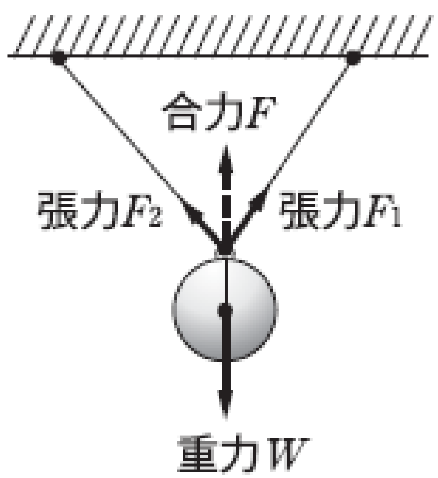
2.1.3 力のつり合い

物体が静止している → 力がつり合っている

地球上においては、必ず重力が作用しているので、静止状態は、力が作用していないのではなく、力のつり合いで静止している

力のつり合い条件
① 力の作用線が一致する
② 力向きが反対で、同じ大きさ

着力点が一致している必要は無い



・2力が作用：
重力と張力がつり合っている

・複数の力が作用：
F_1とF_2の合力Fが重力とつり合っている

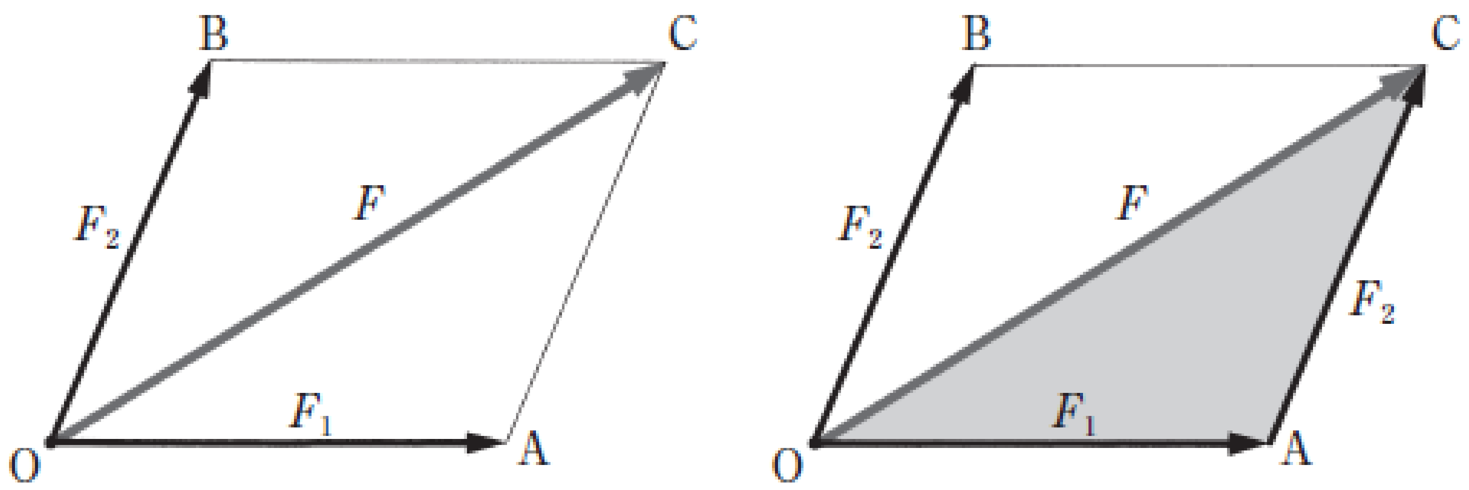
2.1.4 力の合成･分解

物体に2つ以上の力が作用 → 効果が同じ一つの力として表せる
→ **力の合成**　（分解は合成の逆）

2力の合成方法：力の平行四辺形と三角形

点OにF_1とF_2が作用 → 合力はF_1とF_2を2辺とする
平行四辺形の対角線

ベクトルF1とベクトルF2の和が合力ベクトルOC：三角形になっている



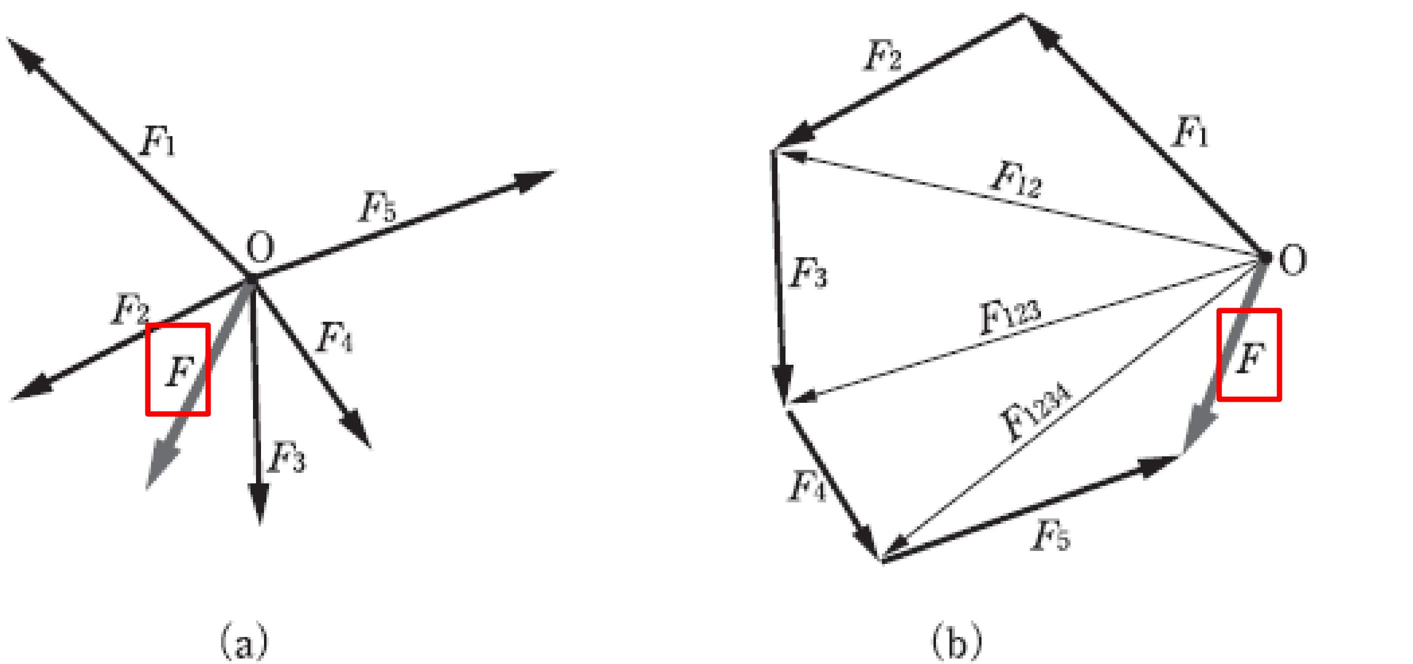
（a）力の平行四辺形　（b）力の三角形

3力以上の合成

力の3角形を逐次形成して最終ベクトルの終点と作用点を結んだベクトルが合力となる

(2力で平行四辺形を作っていっても同じこと)

力がつり合っている場合:力の多角形は閉じている
(最終ベクトルの終点は作用点と一致)



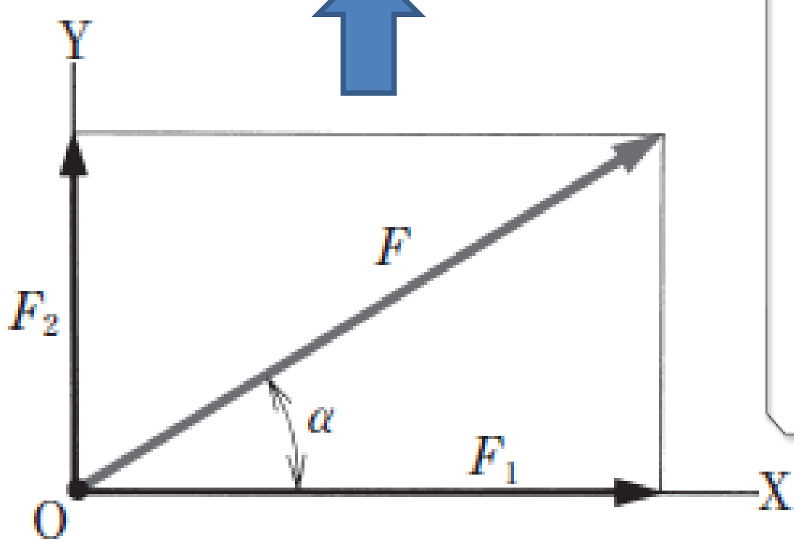
力の分解 → 合成の逆

① まずは、分解する2方向を決める
② 力を対角線として、各方向の辺を作図で決める
③ 作用点から各辺の終点までのベクトルが分力

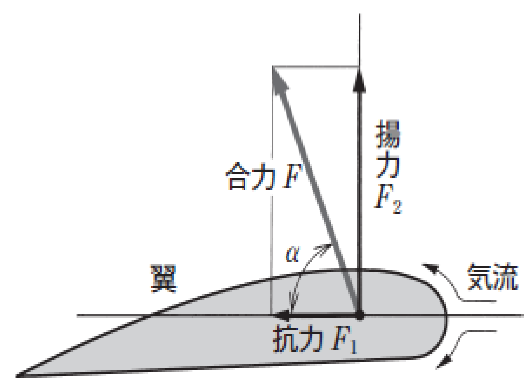
2方向が直角である場合には、

X方向：F✕cos α

Y方向：F✕sin α

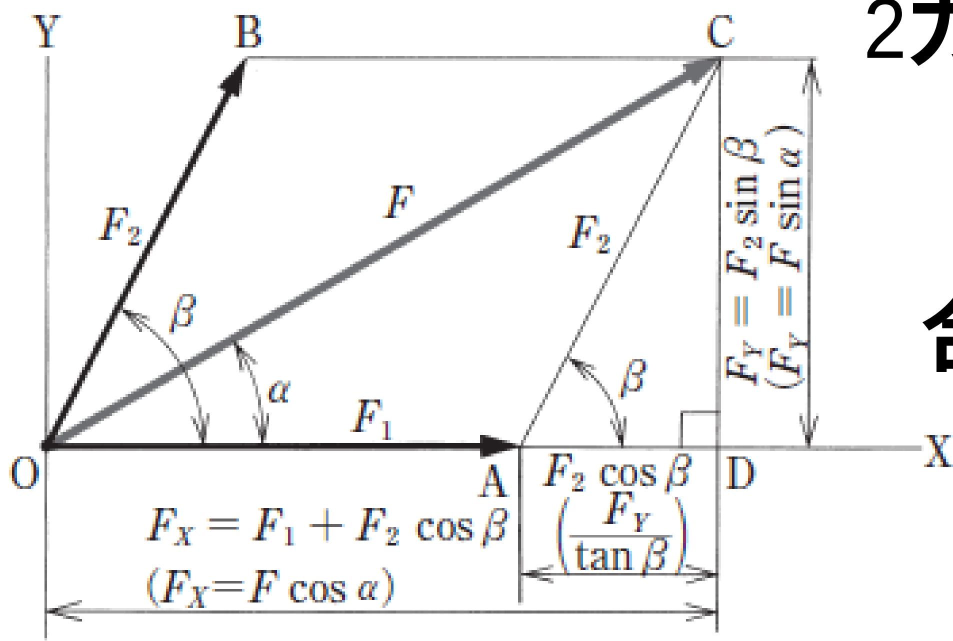


例題 1　図のように翼に空気を送ったところ，翼には 700 N の抗力 F_1 と，上向きに 2400 N の翼を持ち上げる力（揚力という）F_2 が生じた。翼に働く合力 F の大きさと向きを求めよ。



例題 1 の図

2力が直角でない場合の合成と分解



2力F_1とF_2のなす角度がβ

合力FとX軸となす角度α

力の合成

力	X 方向	Y 方向
F_1 の X, Y 方向分力	$\overline{\mathrm{OA}} = F_1$	0
F_2 の X, Y 方向分力	$\overline{\mathrm{AD}} = F_2 \cos\beta$	$\overline{\mathrm{DC}} = F_2 \sin\beta$
X, Y 方向分力 F_X, F_Y	$F_X = \overline{\mathrm{OD}} = \overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{AD}}$ $= F_1 + F_2 \cos\beta$	$F_Y = \overline{\mathrm{DC}}$ $= F_2 \sin\beta$
F, α	$F = \sqrt{F_X{}^2 + F_Y{}^2},\ \alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{F_Y}{F_X}\right)$	

力の分解

力	X 方向	Y 方向
F の X, Y 方向分力	$F_X = \overline{\mathrm{OD}} = F\cos\alpha$ $\overline{\mathrm{AD}} = \dfrac{\overline{\mathrm{DC}}}{\tan\beta} = \dfrac{F_Y}{\tan\beta}$	$F_Y = \overline{\mathrm{DC}} = F \sin\alpha$
分力 F_1, F_2	$F_1 = \overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OD}} - \overline{\mathrm{AD}} = F_X - \dfrac{F_Y}{\tan\beta} = F\cos\alpha - \dfrac{F\sin\alpha}{\tan\beta}$ $F_2 = \overline{\mathrm{AC}} = \dfrac{F_Y}{\sin\beta} = \dfrac{F\sin\alpha}{\sin\beta}$	

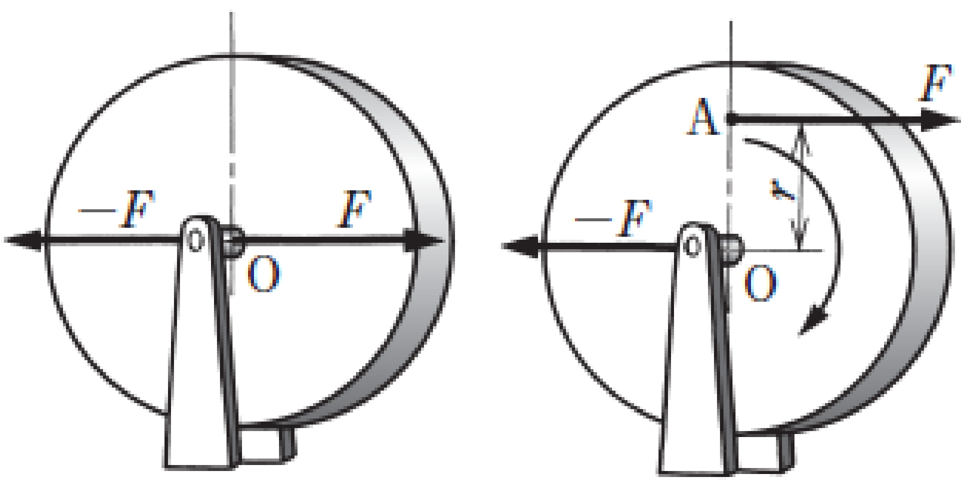
2.1.5 力のモーメント

モーメント：物体を回転させようとする力の作用

物体を回転させるためには、作用線が回転中心から離れていなければならない（中心上では、並進）

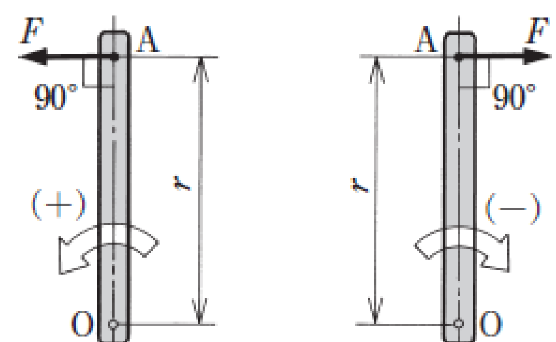
腕：作用線と中心までの距離 → $M = F \cdot r$

力×長さの単位



(a)　(b)

方向：反時計回りを正(+)
時計回りを負(-)

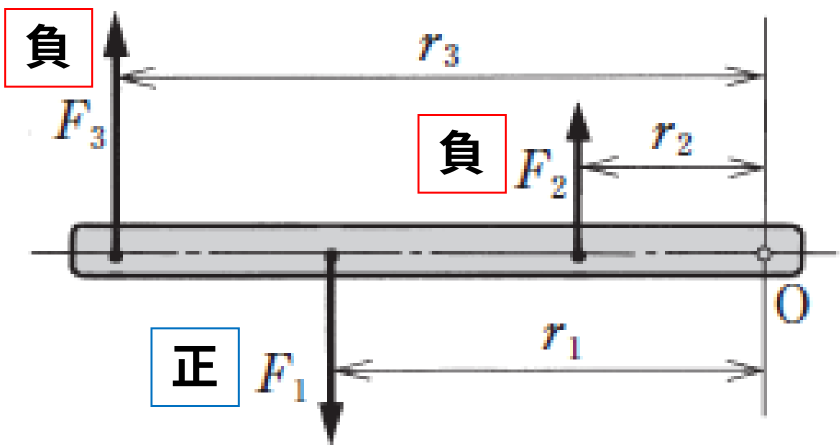


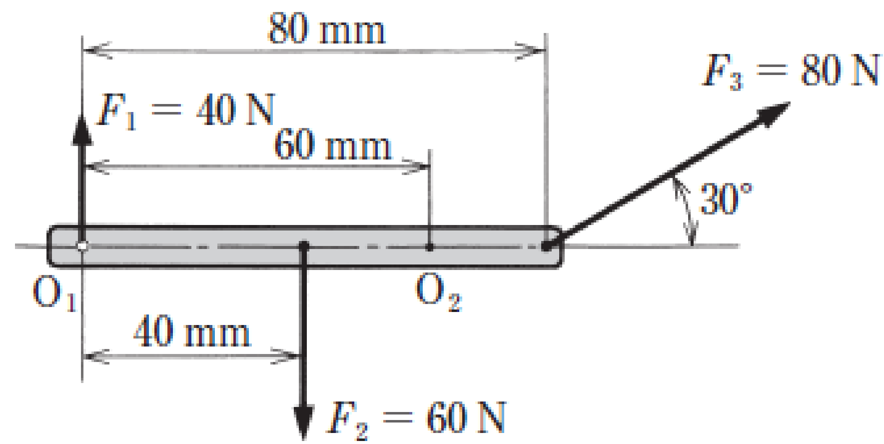
(a)　正のモーメント(+)　(b)　負のモーメント(−)

モーメントの合成（和）

ひとつの物体に複数のモーメントが作用

合成して、ひとつのモーメントにすることができる





$$M = M_1 + M_2 + M_3$$
$$= F_1 r_1 - F_2 r_2 - F_3 r_3$$

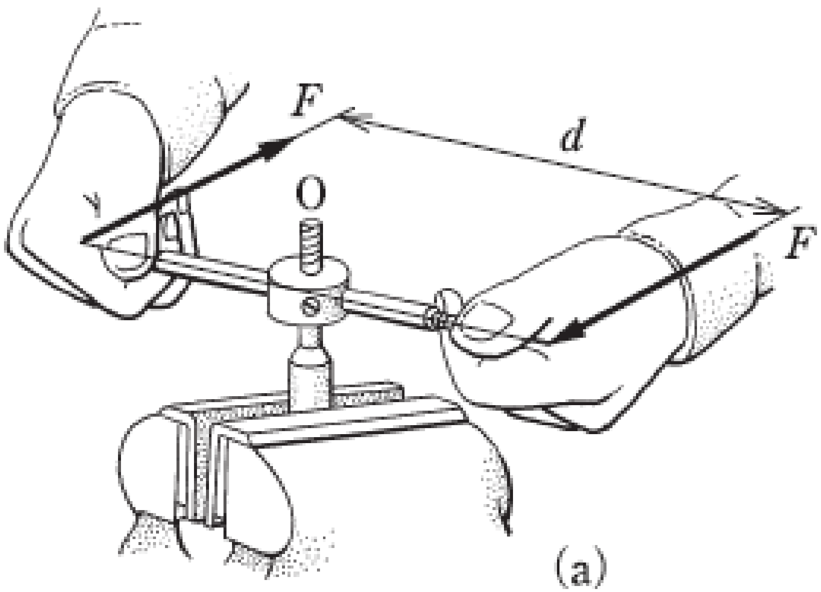
F_3のY成分を求める

(2) 偶力

偶力：大きさが等しく、平行で逆向きの一対の力

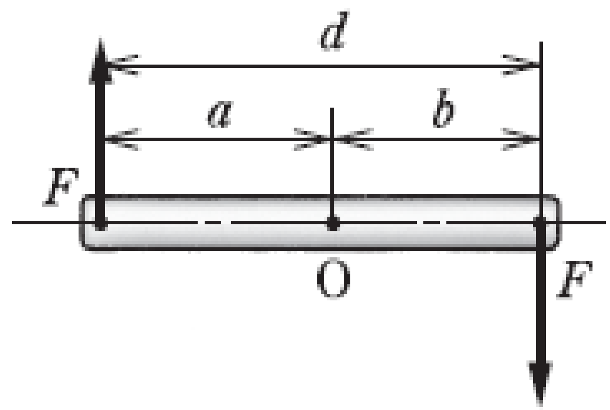
回転させる働きだけを持ち、合力は0

$$M = Fa + Fb = F(a + b) = Fd$$



ねじ切り作業（タップ、ダイス）

偶力の腕：d=a+b



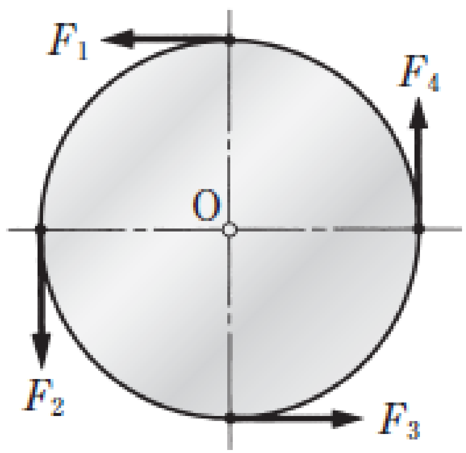
$$M = -(Fa + Fb) = -Fd$$

着力点の異なる力のつり合い

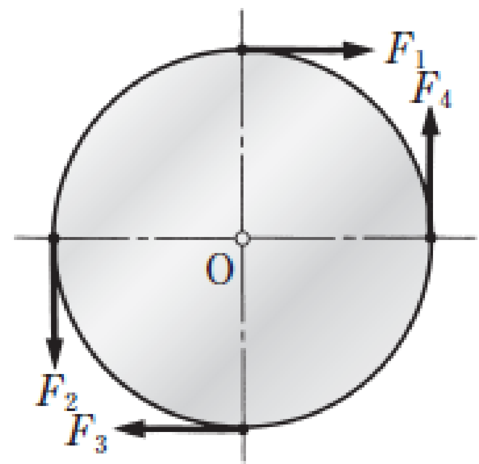
物体が移動（並進）も回転もしないで静止している条件

① 合力が0
② 任意の点まわりに作用するモーメントの和が0

合力＝0
モーメント
≠0



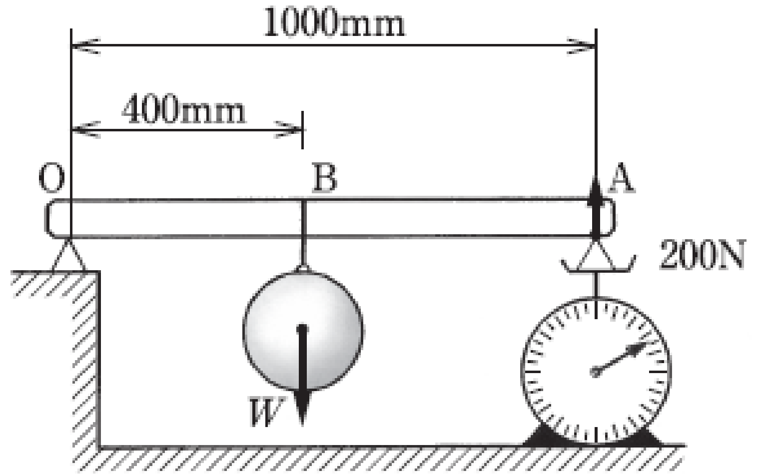
(a)　回転する



(b)　回転しない

合力＝0
モーメント
＝0

例題 2 図のように，はかりと長さ 1000 mm の棒を用意し，棒の両端 O，A を自由に回転できるように支持して点 B に物体をつるした。このとき，はかりが 200 N 分増えたことを示した。点 B に作用する力 W を求めよ。



例題 2 の図

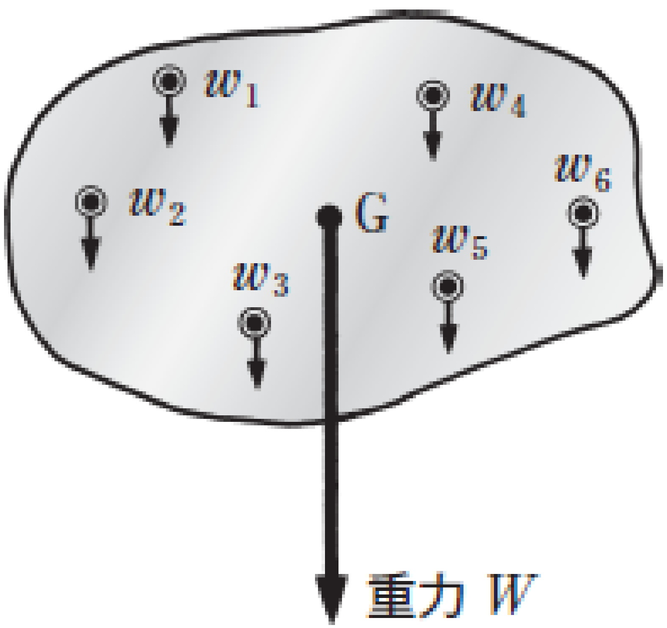
$$M = 200 \times 1\,000 - W \times 400 = 0$$

$$W = 500\ [\mathrm{N}]$$

2.1.6 重心

物体の固有の1点Gに物体の全質量が集中している

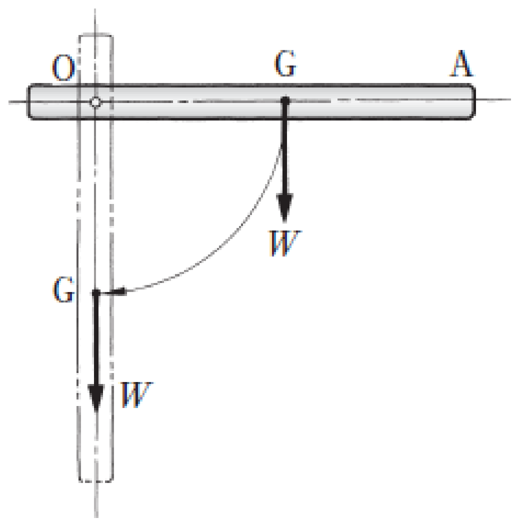
点Gを**重心**という (定義する)



重心の性質

・重心が鉛直下向きになると静止

・重心を回転中心にすると静止

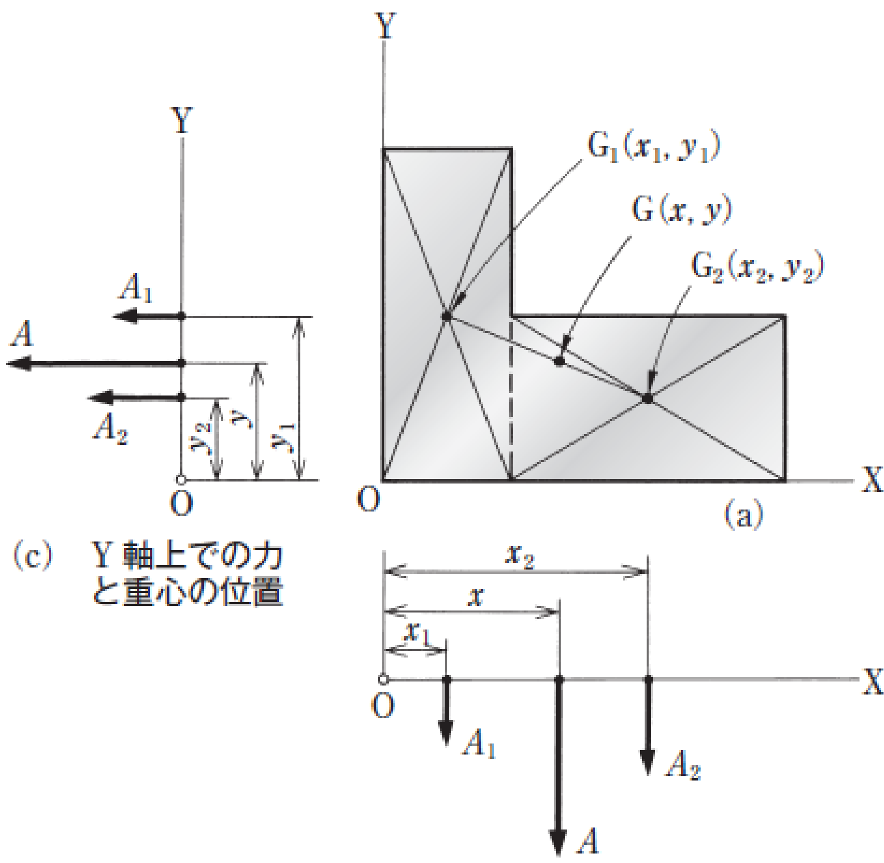


(2) 重心の求め方

① 重心位置がわかっている図形に分割

長方形（正方形）：対角線の交点が重心

② 各軸回りのモーメントを考える



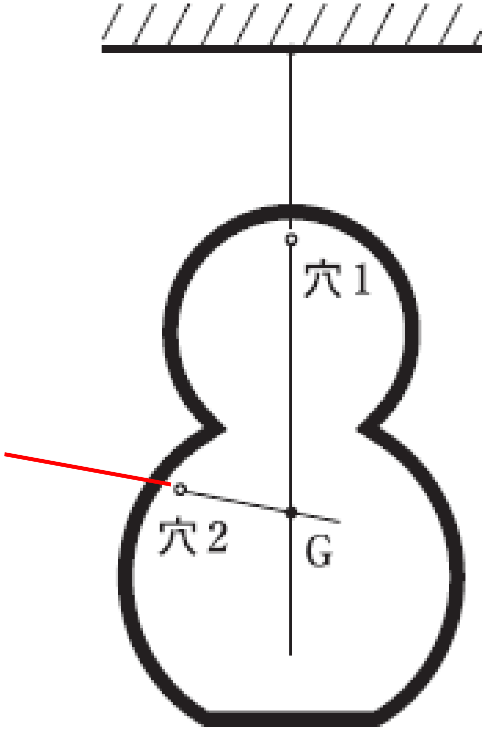
(b)　X軸上での力と重心の位置

$$A_x = A_1 x_1 + A_2 x_2,\ A = A_1 + A_2$$

$$A_y = A_1 y_1 + A_2 y_2$$

$$x = (A_1x_1 + A_2x_2) ／ A$$
$$y = (A_1y_1 + A_2y_2) ／ A$$

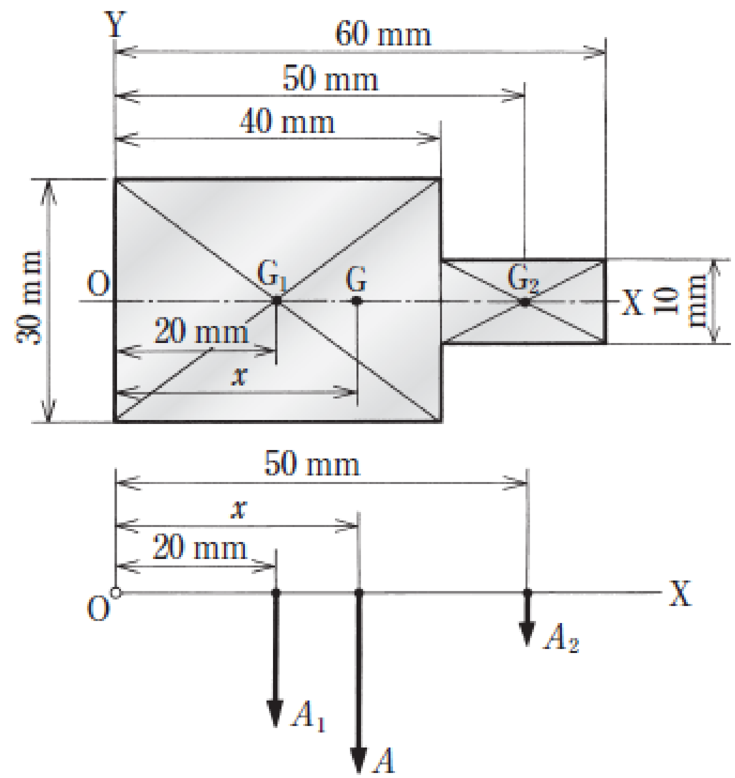
実験的な求め方（分割形状の重心が不明?）



①平面図形の1 点に小さな穴1 をあけて糸でつるし，穴の中心から鉛直下向きに線を引く。
②違った位置に穴2 をあけて糸でつるし，穴の中心から鉛直下向きに線を引く。
③二つの直線は重心を通るので，2 直線の交点が重心である。

重心は2つの分割した重心を結んだ直線上にある

例題 3　図のように，X 軸に対称な平面図形の重心を求めよ。



例題 3 の図

$$x = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A} = \frac{1200 \times 20 + 200 \times 50}{1400} = 24.3 \ \text{[mm]}$$

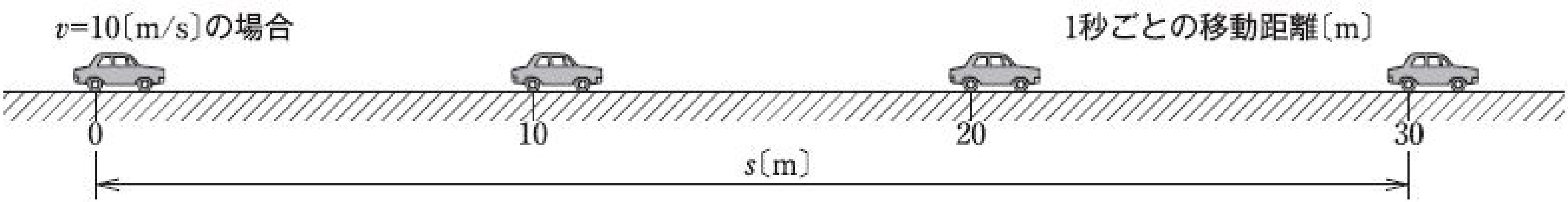
2.2 機械の運動

2.2.1 直線運動

変位：位置の変化
速度：単位時間あたりの変位
速さ：向きを考えない大きさだけの量

ベクトル

等速直線運動：速度が一定の直線運動



$s=v/t$　s：距離、v:速度、t：時間

高校までは、摩擦を無視することが多いため、等速直線を持続させるためにはエネルギーは不要であったが、実際には転がりにおいても摩擦が存在するため、持続にはエネルギーが必要

加速度

坂を下る場合には、**重力が作用**するため、速度は時間とともに増える

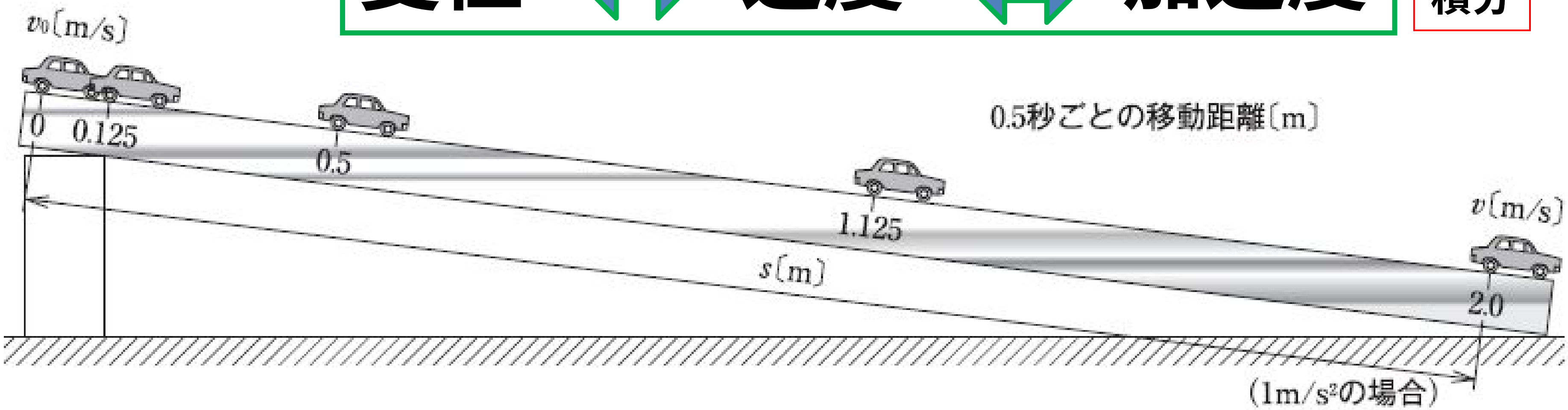
加速度：単位時間当たりの速度の変化

等加速度運動：加速度が一定の運動

$a=(v-v_0)/t$　a：加速度、v：速度、v_0：初期速度、t:時間

変位 ⇔ 速度 ⇔ 加速度

微分
積分



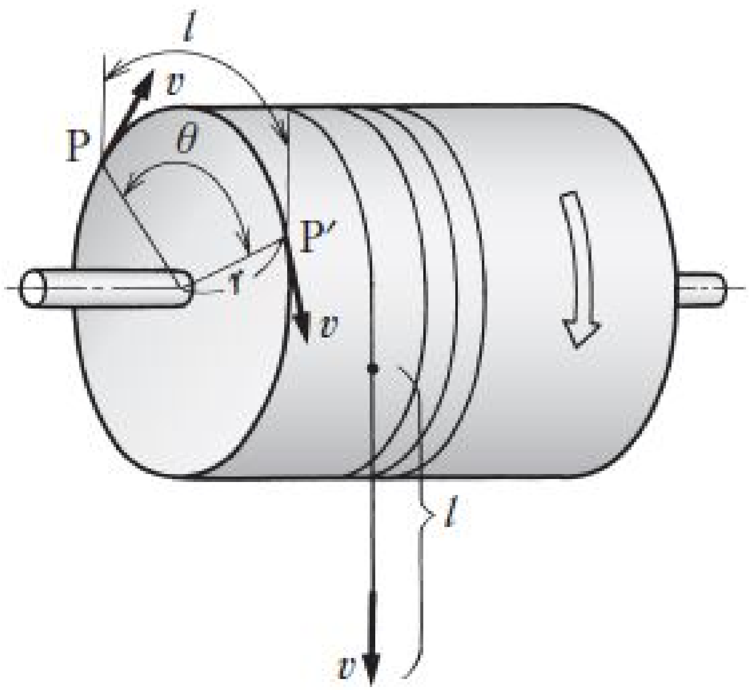
2.2.2 回転運動

周速度：円周上の点Pの平均速度

大きさ：$v=l/t$　方向：円周の**接線方向**

角速度：回転する角度で表現

$\omega=\theta/t$　ω：角速度　θ：角度（**ラジアン**）　t：時間



周速度と角速度の関係

角度をラジアン単位で表すと

$l=r\cdot\omega\cdot t$となるので

$v=l/t=r\cdot\omega$

回転速度

回転速度：単位時間当たりの回転数

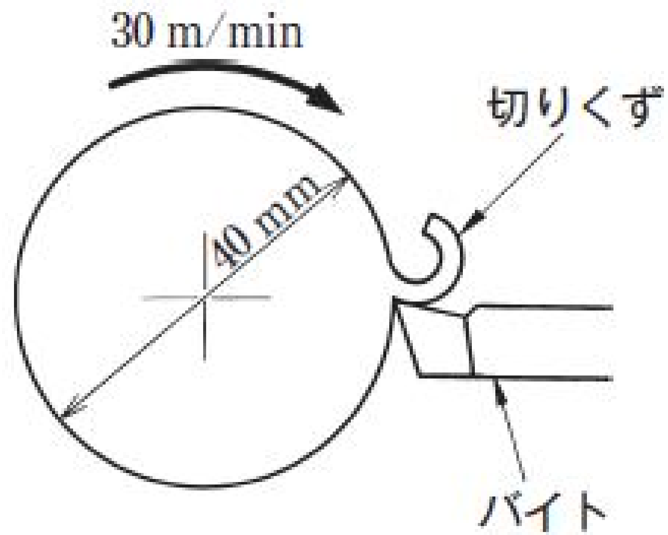
単位：時間を分：min^{-1}　（かつてはrpm）
　　　　　　　秒：s^{-1}　　（かつてはrps）

機械業界では慣例的に**分単位の回転速度**が多く使われている

回転速度n（min^{-1}）と角速度ω（rad／s）の関係

$$\omega = 2\pi n / 60$$

例題 5　直径 $d = 40$ mm の丸棒を旋盤に取りつけて周速度（切削速度という）が 1 分間に 30 m になるように回転させたい。このときの毎分の回転速度 n を求めよ。



例題 5 の図

$r = \dfrac{d}{2}$ であるので，式 (2−15)，(2−16) から，

$$v = \frac{d}{2}\cdot\frac{2\pi}{60}n \ [\mathrm{mm/s}] = \frac{60\times\pi d n}{1000\times 60}\ [\mathrm{m/min}]$$

となる。回転速度 n は，

$$n = \frac{1000v}{\pi d} = \frac{1000\times 30}{\pi\times 40} = 239\ [\mathrm{min}^{-1}]$$

$\boxed{答}$　239 min^{-1}

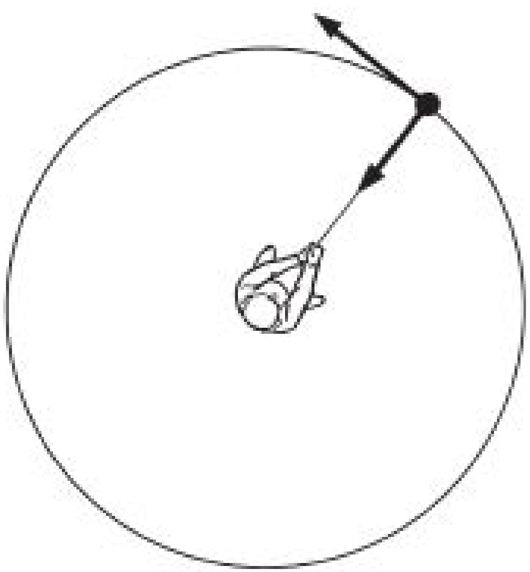
単位の換算を間違えないように

向心加速度

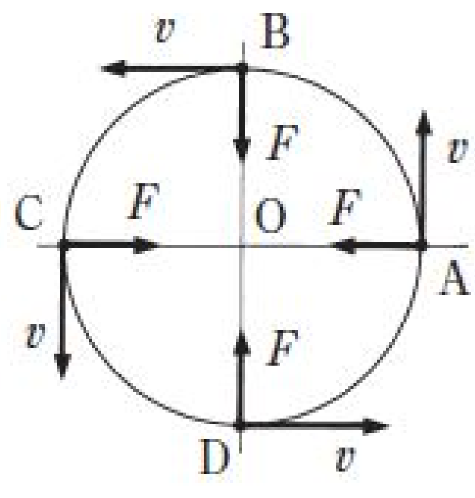
物体が点Oの周りを**一定の周速度で回転**

物体は常に円の**接線方向に飛び出そう**としている

防ぐためには、常に**中心Oに向かって引っ張る力**が必要



(a)



(b)

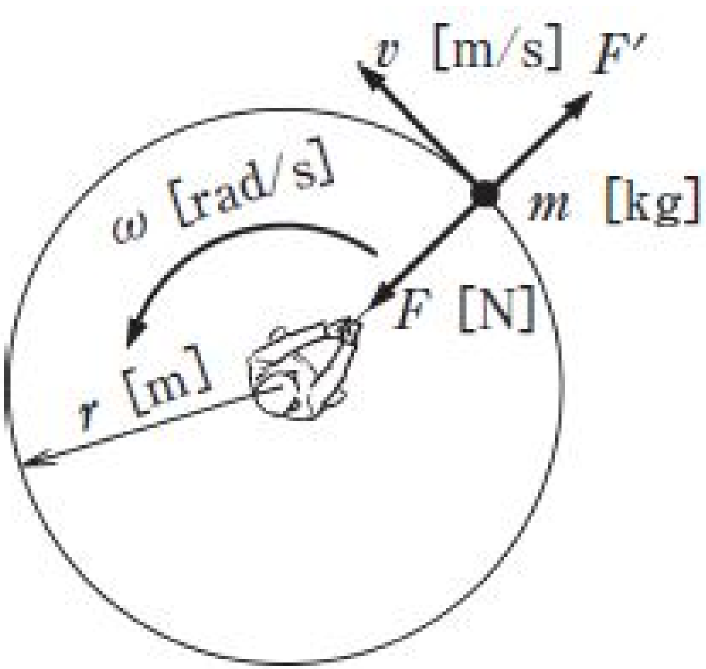
向心力

向心加速度

$a = r\omega^2$

$= v^2/r$

向心力と遠心力

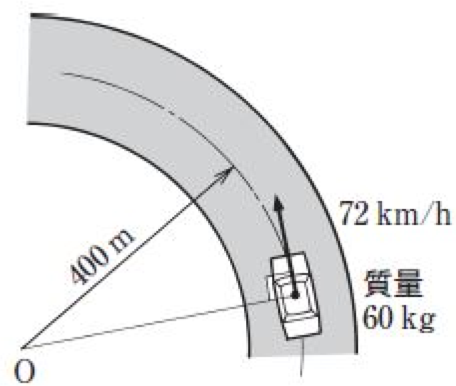


向心力 $F = ma = mr\omega^2$
$= mv^2/r$
$= mr(2\pi n)^2$

向心力とつり合う逆向きの力

遠心力

例題 6 図のように時速 72 km で，カーブの半径 r = 400 m の道を走っている自動車がある。車内の，質量 m = 60 kg の運転手に作用する遠心力 F を求めよ。



例題 6 の図

$F = mv^2/r = 60 \times 20^2/400$
$= 60$ N

力と運動の法則

(1) 慣性の法則 (ニュートンの第一法則)

物体は力が加わらなければ、
いつまでも動き続ける
いつまでも静止し続ける

↓

慣性

(2) 運動の法則 (ニュートンの第二法則)

運動状態を変化させるには、力が必要

運動方程式：F=ma

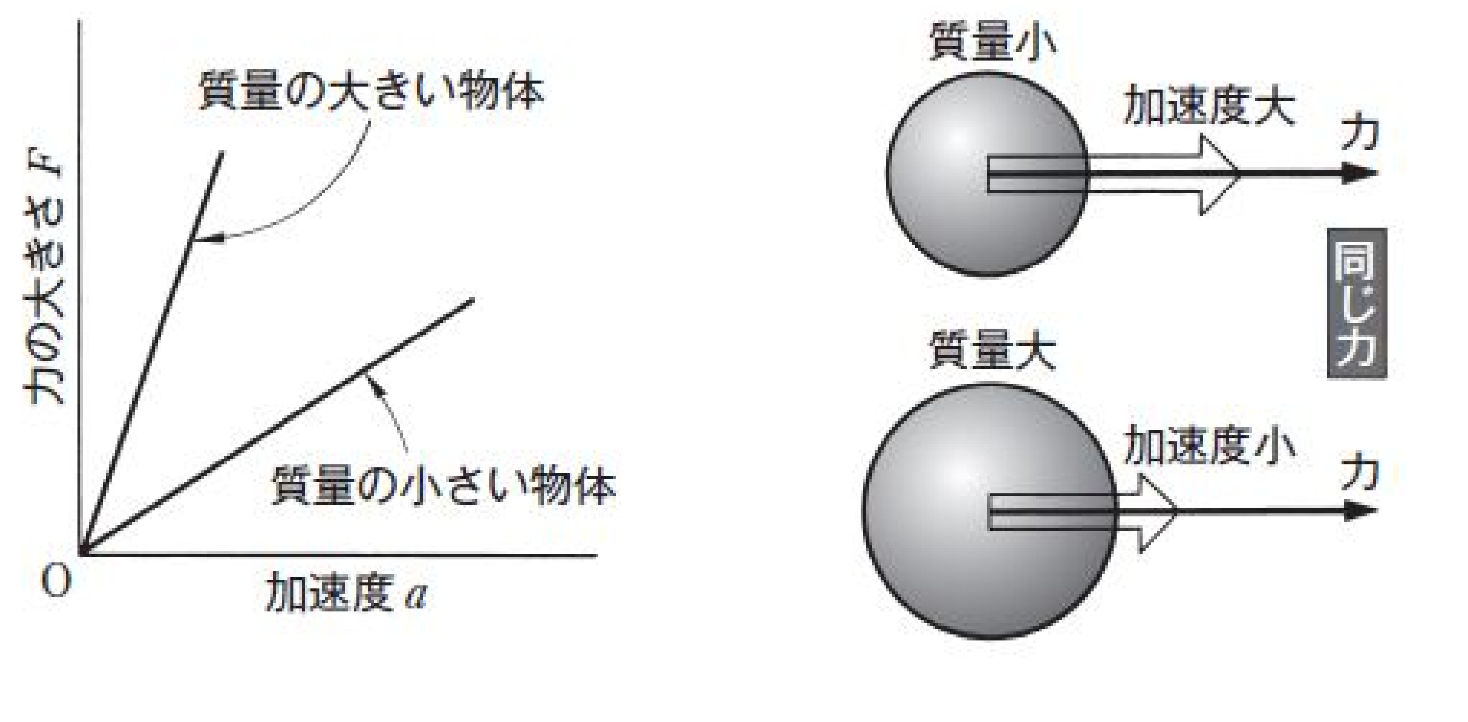
運動の法則：運動方程式で表される法則

地球上では、常に**重力**が鉛直下向きに作用する

質量m (kg) の物体に作用する重力W (N)は、

$W = mg$　(N)　g：**重力加速度**（　$9.8 m^2/s$）

力と物体の運動



(a)　質量と加速度

(b)　質量の違いと加速度

(3) 作用反作用の法則 (ニュートンの第三法則)

ボートAに乗った人がボートBを押す

ボートBも同じ力で人を押し返す

この2力は作用線が一致し、向きが反対で同じ大きさ

作用反作用の法則

今週の演習

テキストP28、問題3の変更