第1章　機械と機構

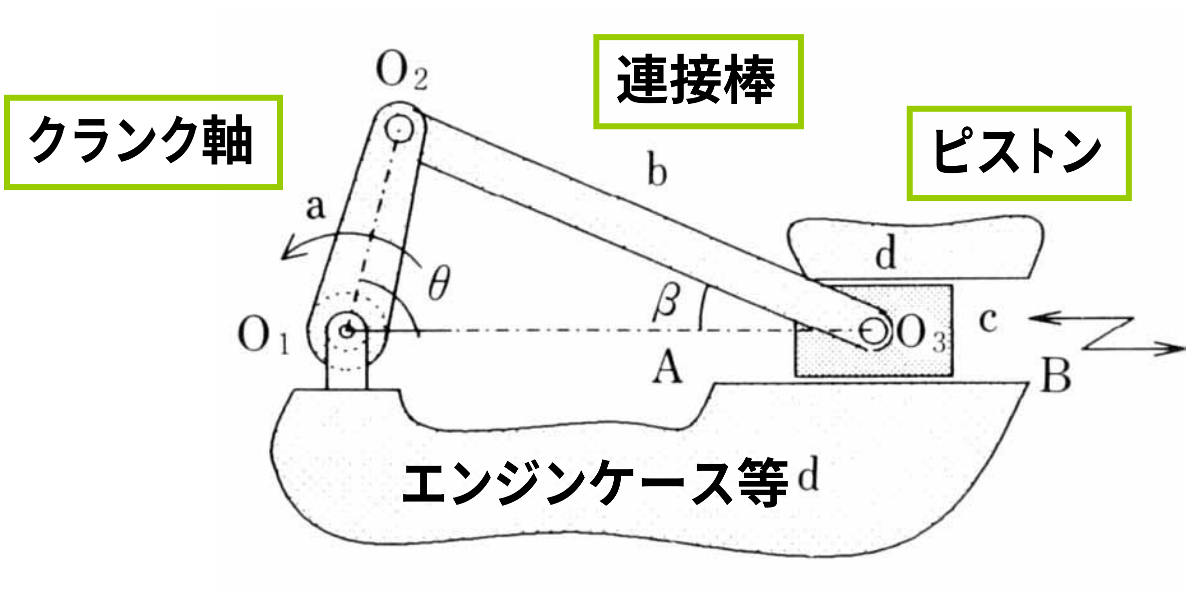
機械に用いられる種々の機構の動作原理を説明するために必要な基礎事項の解説

1･1　節と対偶

a：回転運動

c：並進運動

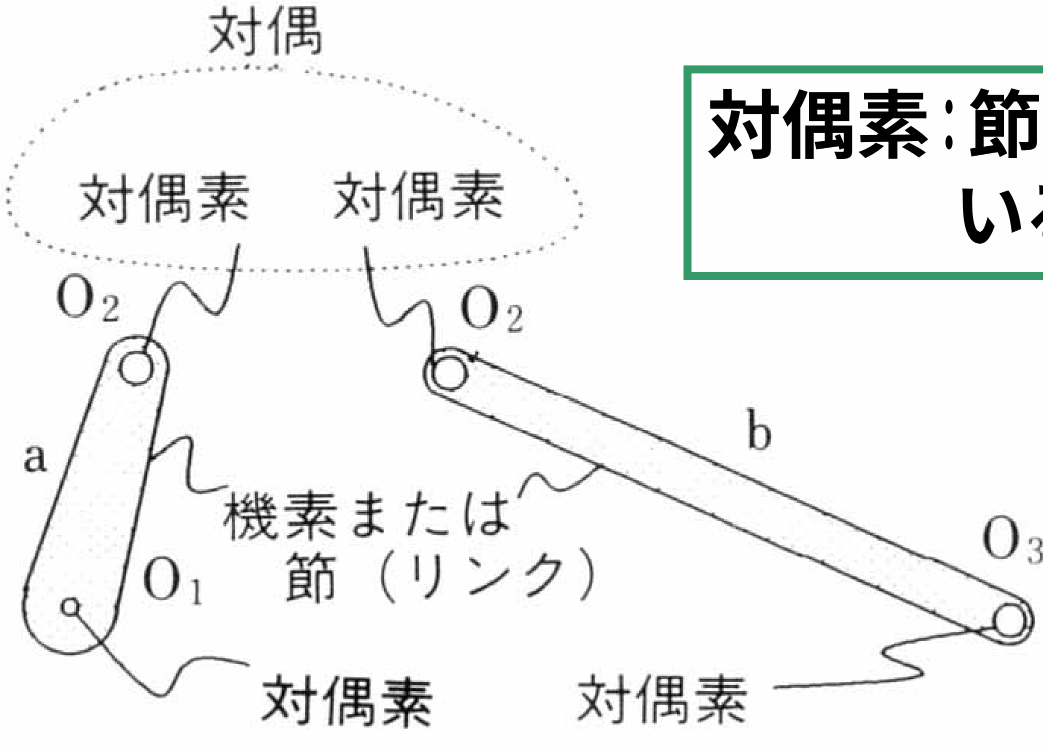
b：回転＋並進



ピストン･クランク機構

相対運動する部品a，b，c，d：機素 or 節

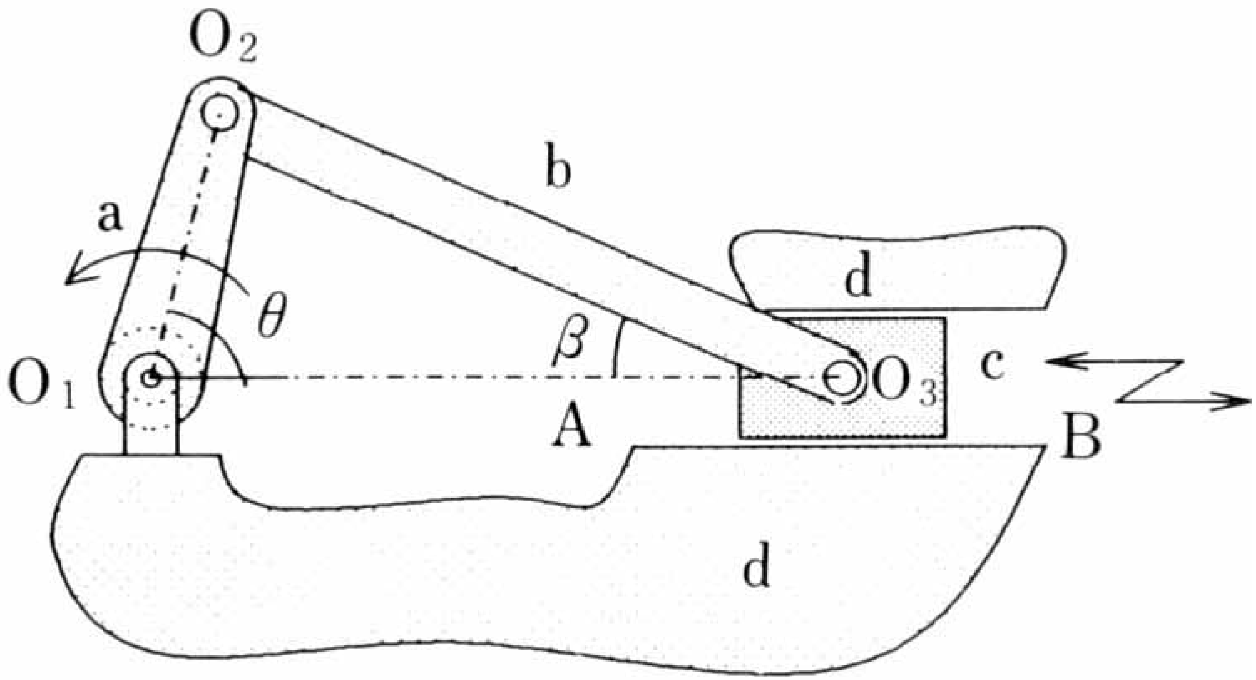
対偶：互いに接触を保ち，一定の相対運動をする一対(pair)の節



対偶素：節が接触しあっている箇所

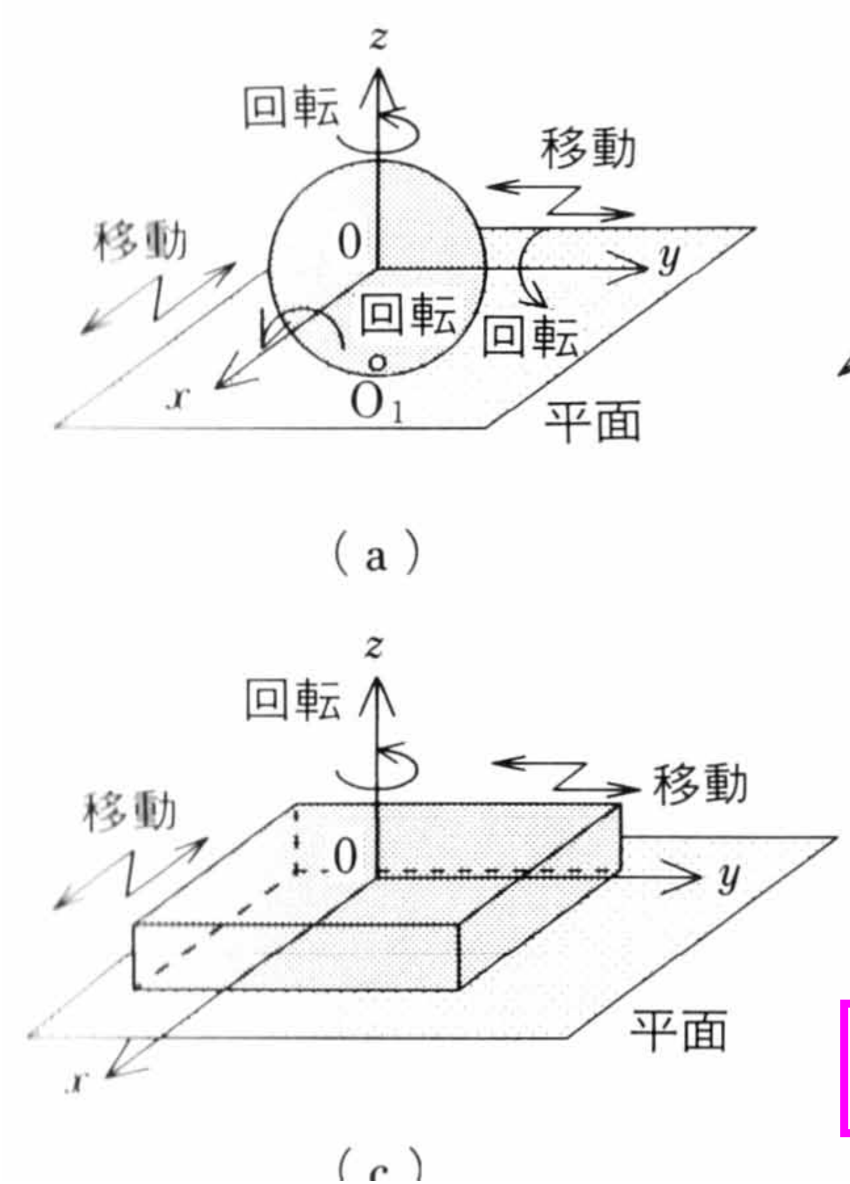
節の名称

原動節：初めに動く節（c）
従動説：外部に仕事をする節（a）
中間節：原動節と従動節の中間にある節（b）
固定節：支持して動かない節（d）



節は変形しない**剛体**として扱う

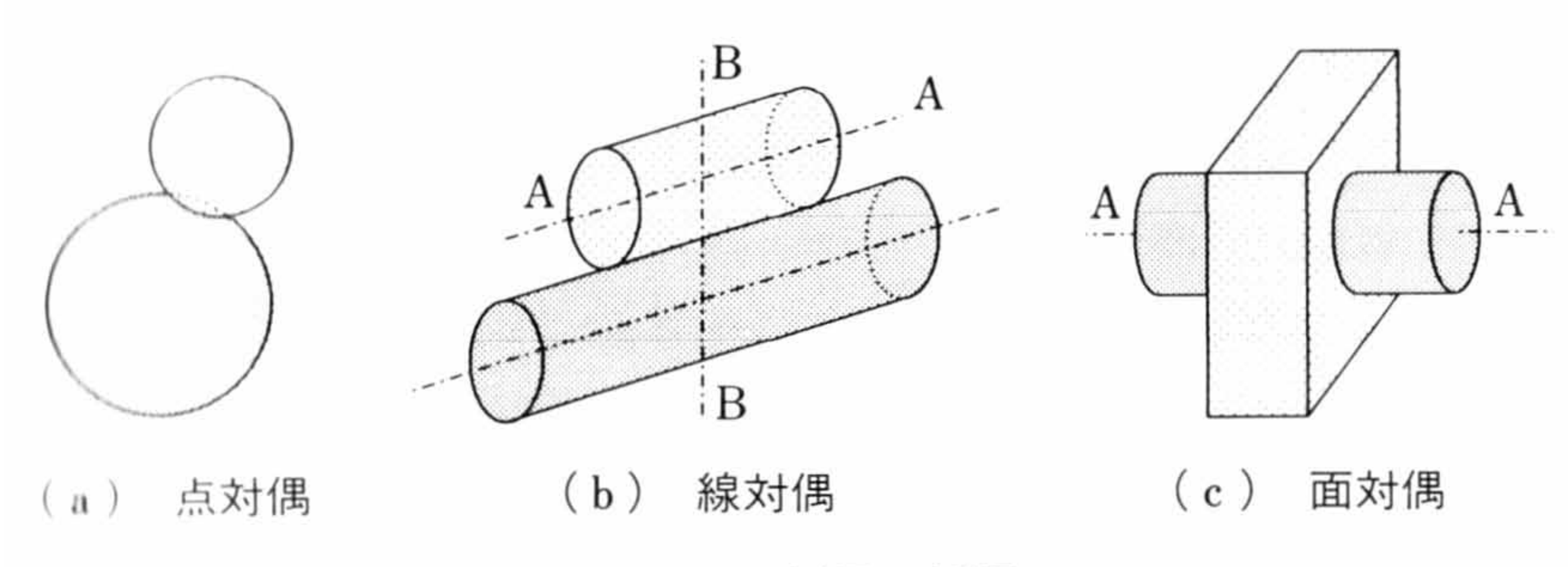
1･2　対偶の種類と自由度



(a) 点対偶：自由度5
(b) 線対偶：自由度4
(c) 面対偶：自由度3

自由度は**最大の自由度**

自由度が減少する対偶の例



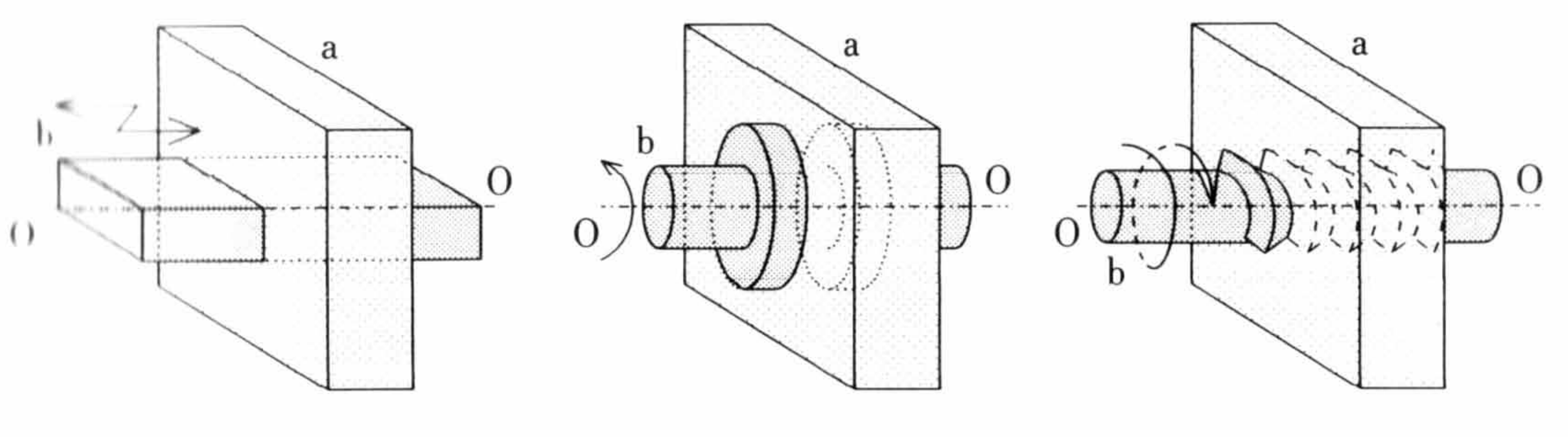
最大4
↓
3へ減少

最大3
↓
2へ減少

1･3　限定対偶

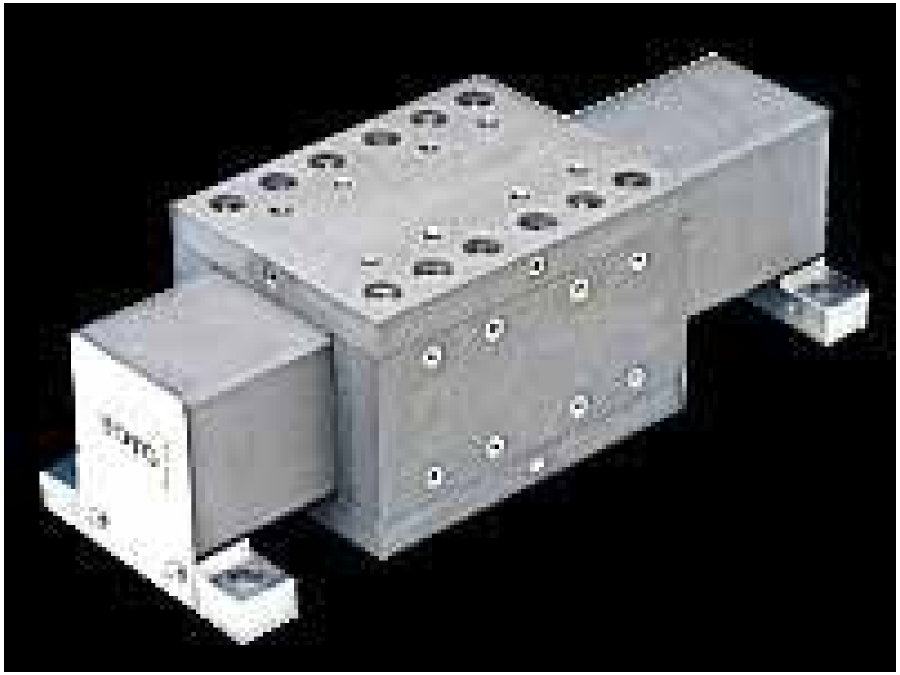
3種類の対偶：低次の対偶→面対偶
高次の対偶→点対偶，線対偶

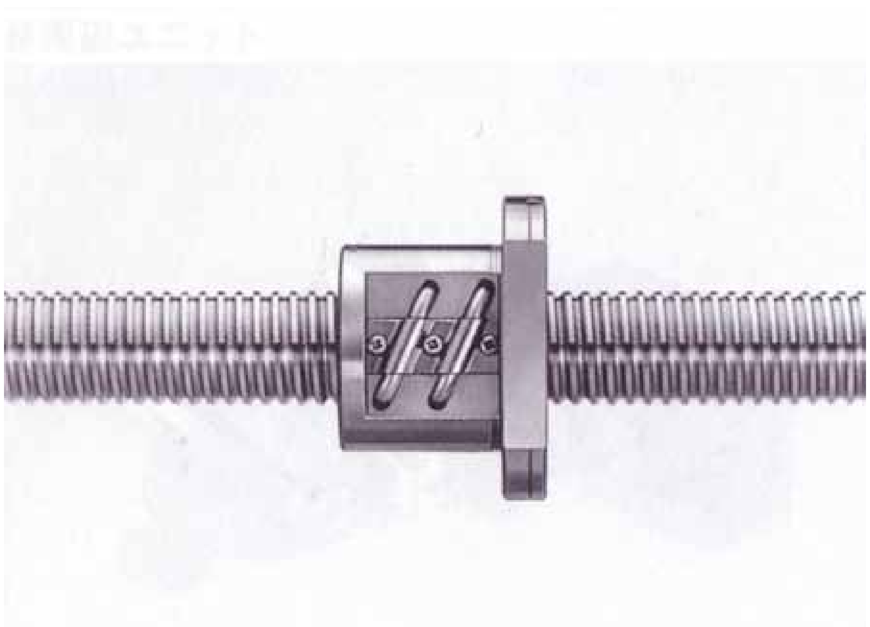
自由度が1の対偶→限定対偶（拘束対偶）



滑り対偶（進み対偶）　回り対偶　ねじ対偶

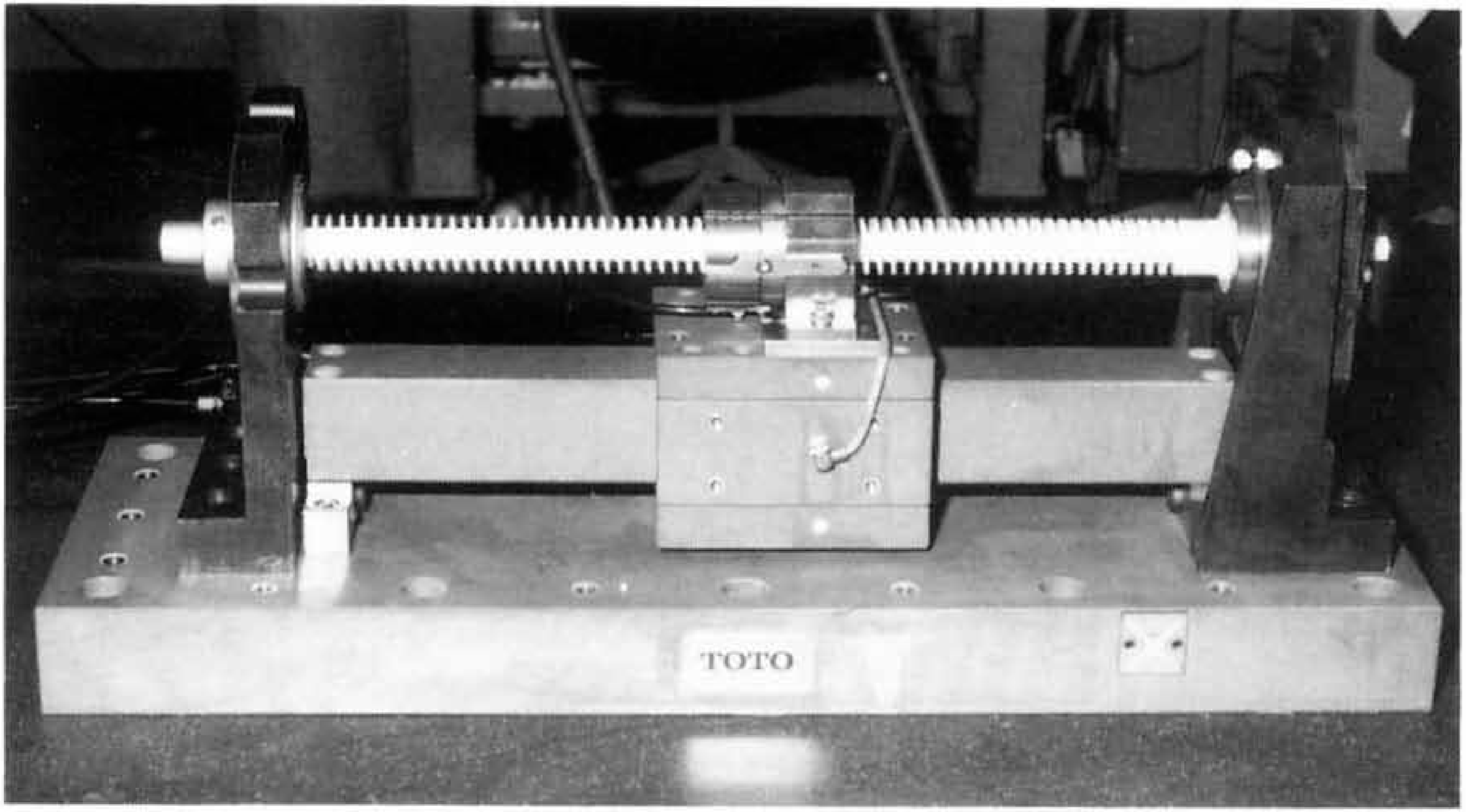
限定対偶は，これら3種類しかない





限定対偶の実例

滑り：スライド
回り：転がり軸受
ねじ：ボールねじ

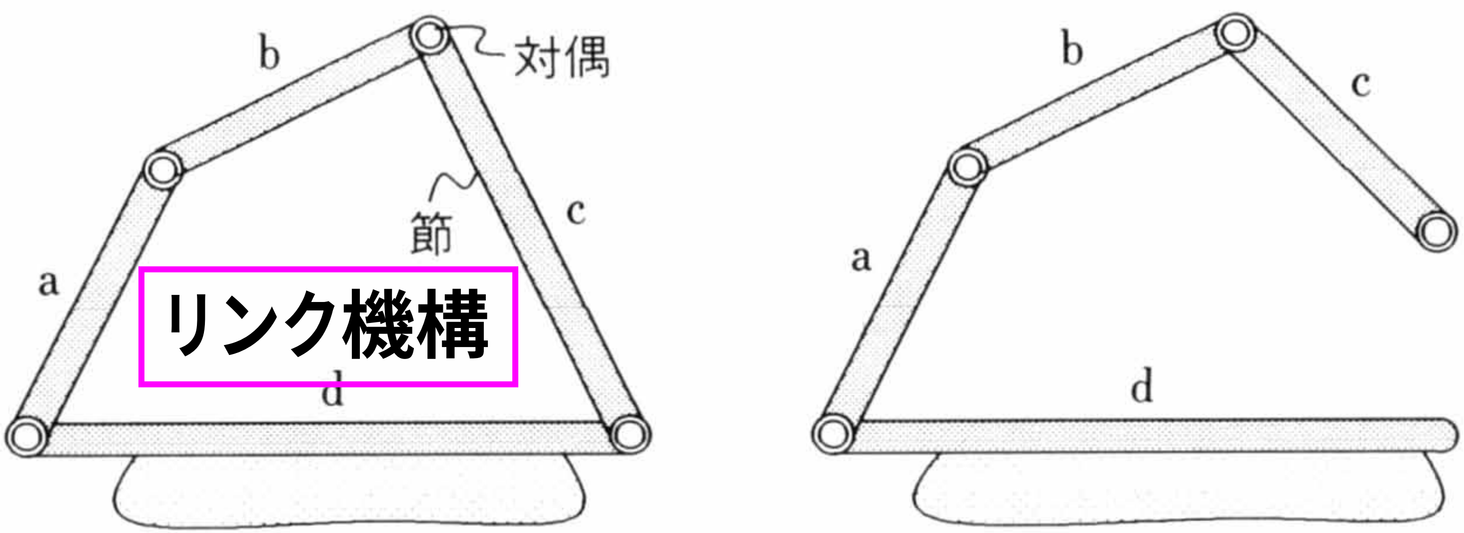


限定対偶の組合せで構成
されている1軸ステージ

1･4　連鎖

連鎖：節同士がつながってできた回路

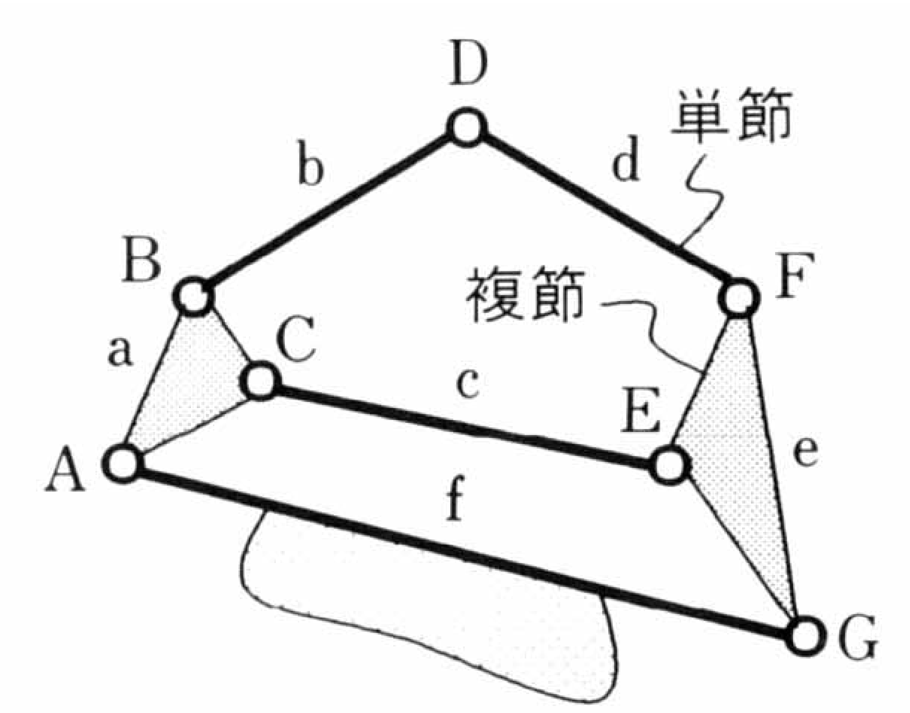
閉回路：最後の機素が最初の機素と対偶をなす
開回路：最後の機素がフリー状態



（a）　閉回路　　　　　　（b）　開回路

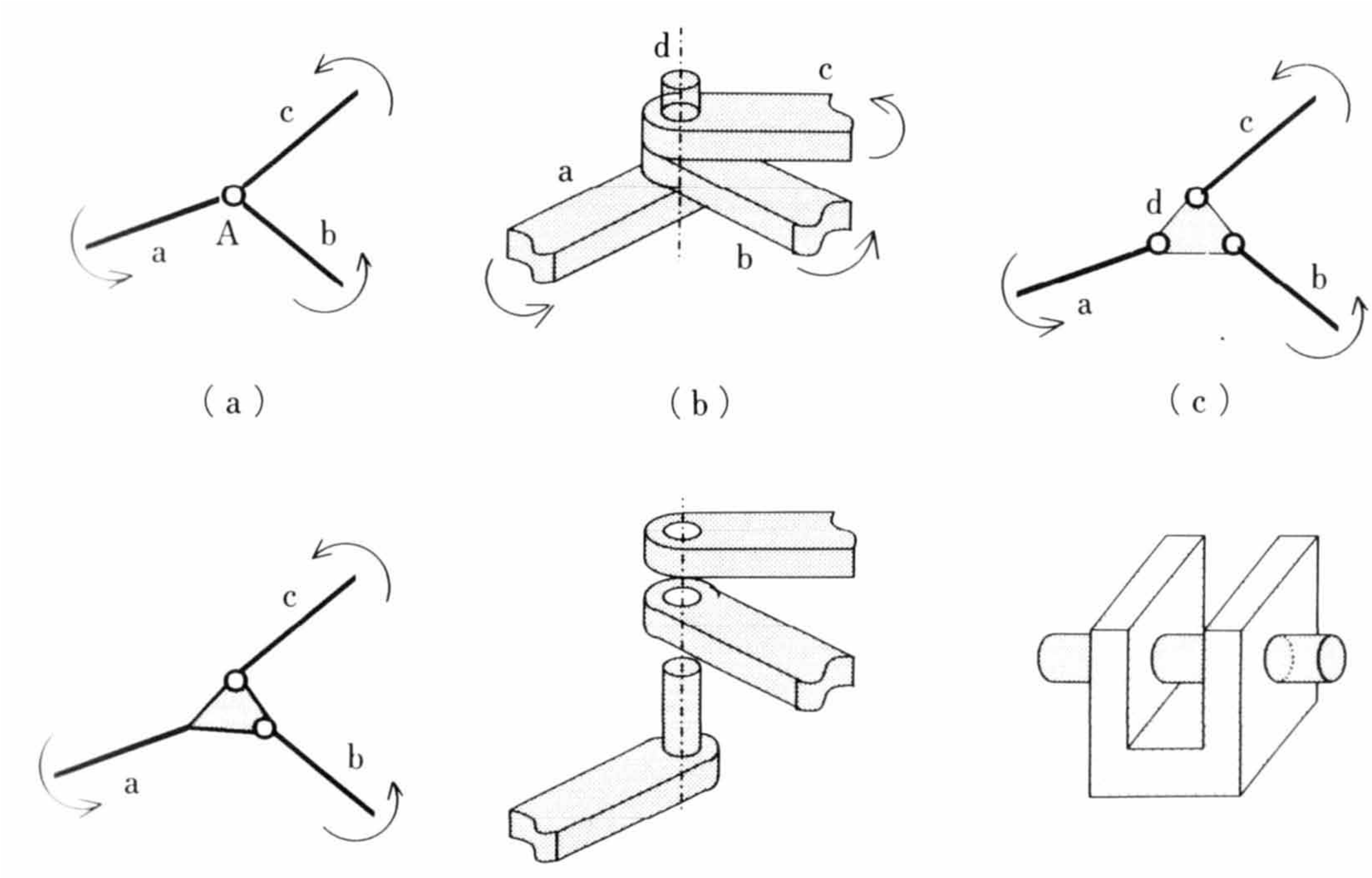
連鎖を構成している節は，最低2つの対偶素が必要

単節：対偶素が2つの節
複節：対偶素が3つ以上ある節



b，c，d，f：単節
a，e：複節
(3対偶素節)

2節対偶：2つの節が接合している対偶
多節対偶：3節以上の節が接合している対偶



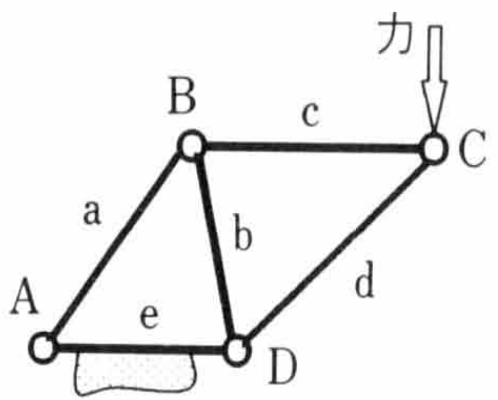
（a）　（b）　（c）

（d）　（e）　（f）

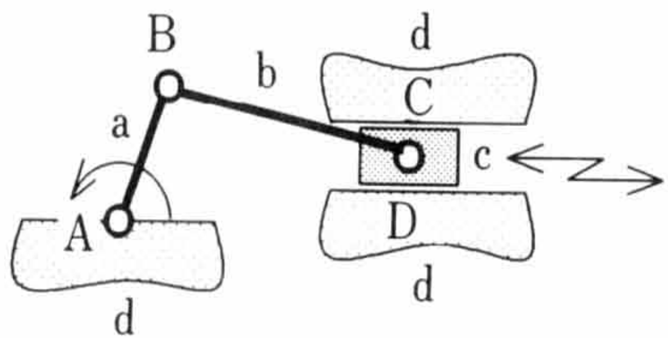
固定連鎖：節の相対運動ができない
（動けない） → **トラス構造**

限定連鎖（拘束連鎖）：
従動節が1通りの運動しかできない

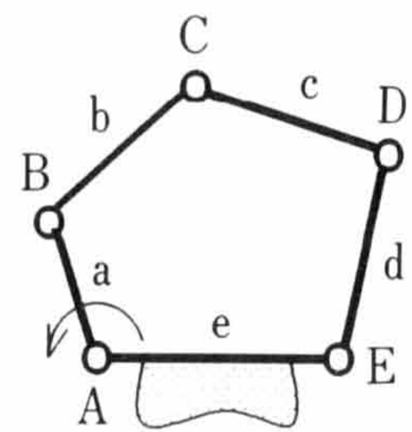
不限定連鎖：節の運動が1通りではない



固定連鎖



限定連鎖



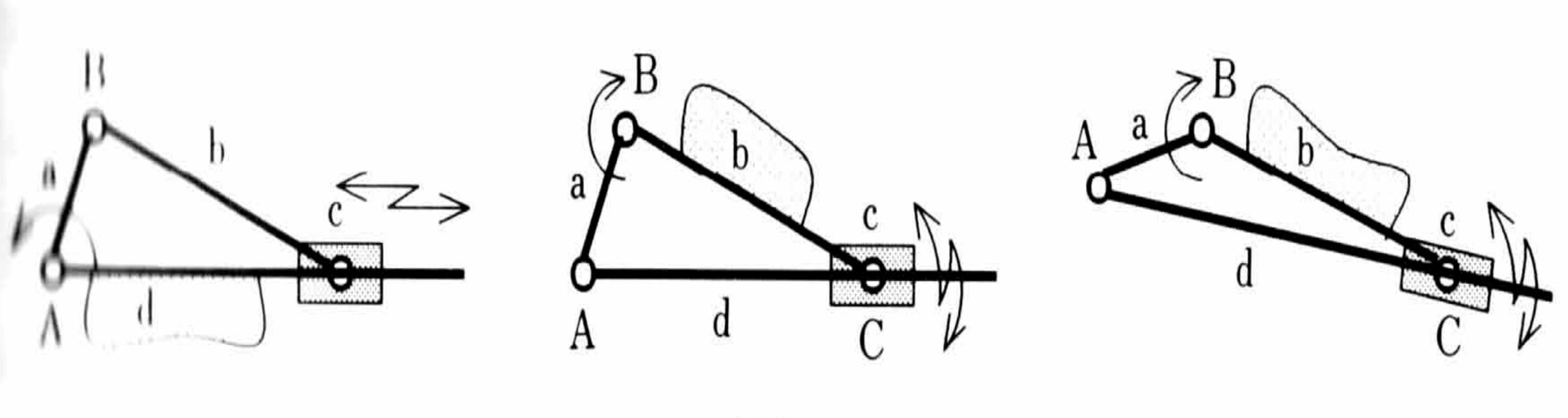
不限定連鎖

連鎖の置換え

限定連鎖において，固定節を変えると動きが異なる

(a) d：固定節，c：原動節→aは回転運動

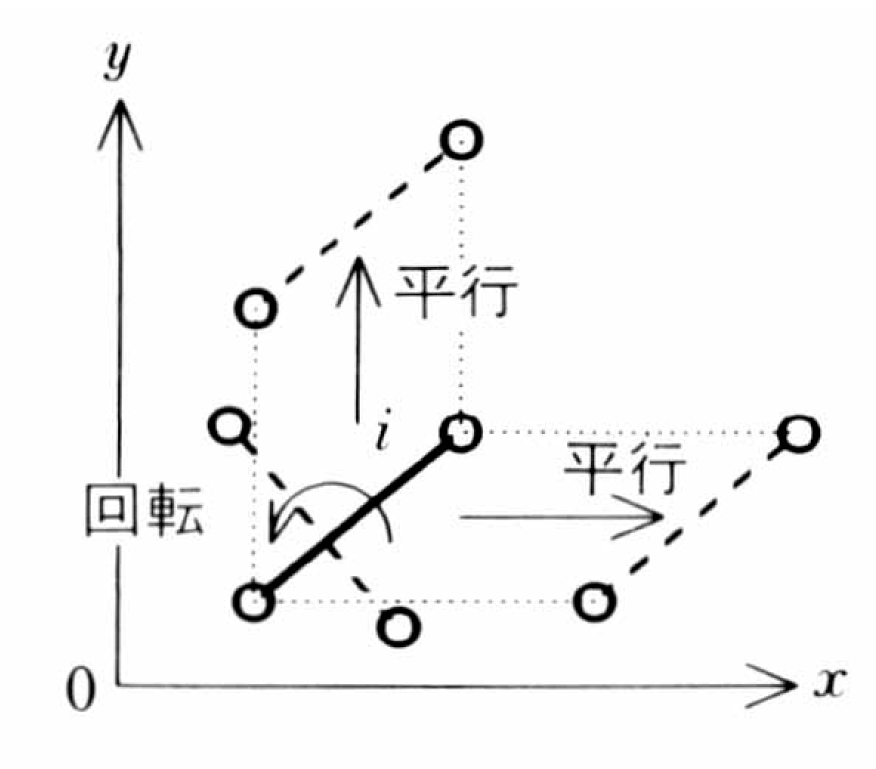
(b)（c） b：固定節，a：原動節→cは揺動



(a)　(b)　(c)

1･5　連鎖の自由度

機械の機構を考える場合においては，原動節の動きに対して，従動節の動きは拘束される必要がある　→　機構（連鎖）としての自由度は1



平面連鎖においては，
自由度は最大3
ただし，1つを固定するので，n個の節で構成される連鎖の自由度は
最大 3(n-1)

実際には，節は互いに独立ではなく，
対偶の自由度に支配される

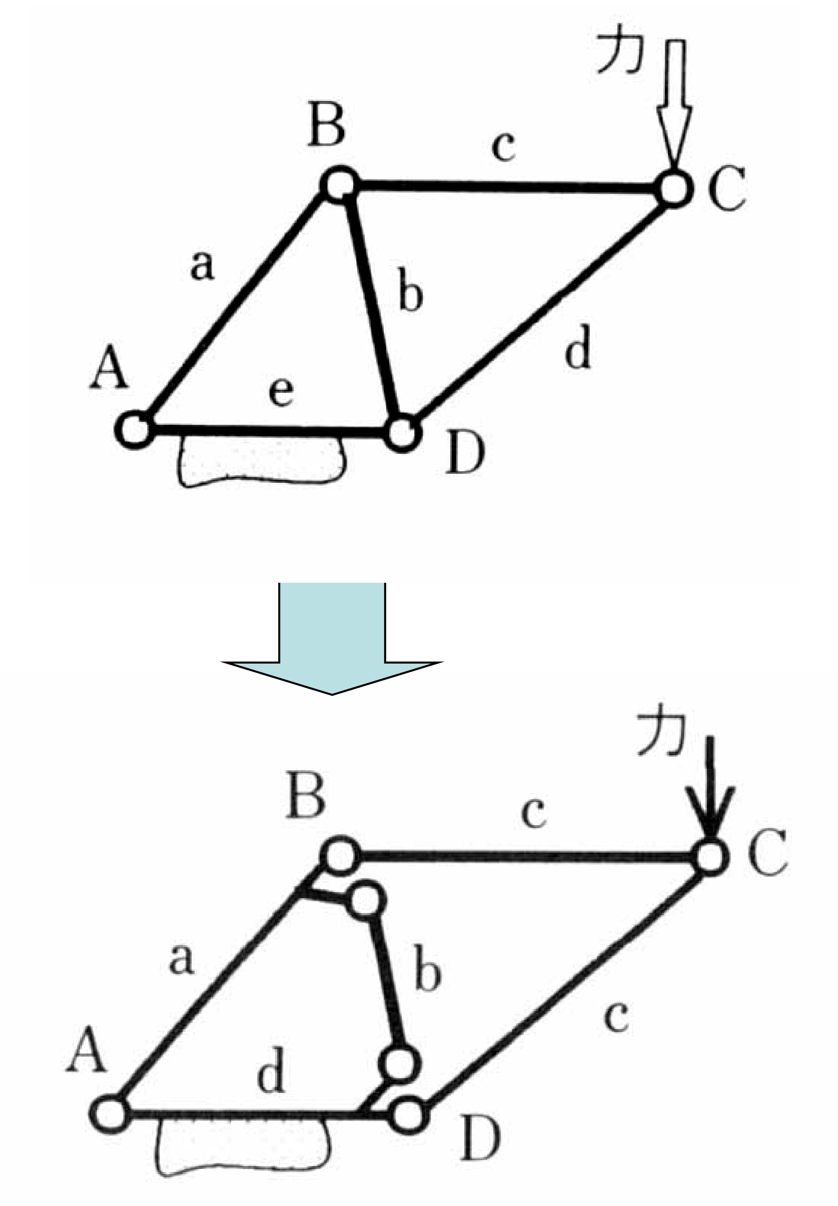
連鎖の自由度は，3(n-1)より減少する

対偶の自由度が1：平面連鎖の自由度は
3(n-1)より2減少
対偶の自由度が2：平面連鎖の自由度は
3(n-1)より1減少

$$\boxed{f = 3(n-1)-2n_1-n_2}$$

n_1：自由度1の対偶数
n_2：自由度2の対偶数

平面連鎖の自由度例題



多節対偶

↓

2節対偶へ変換

対偶総数：$n=5$

1自由度対偶：$n_1=6$

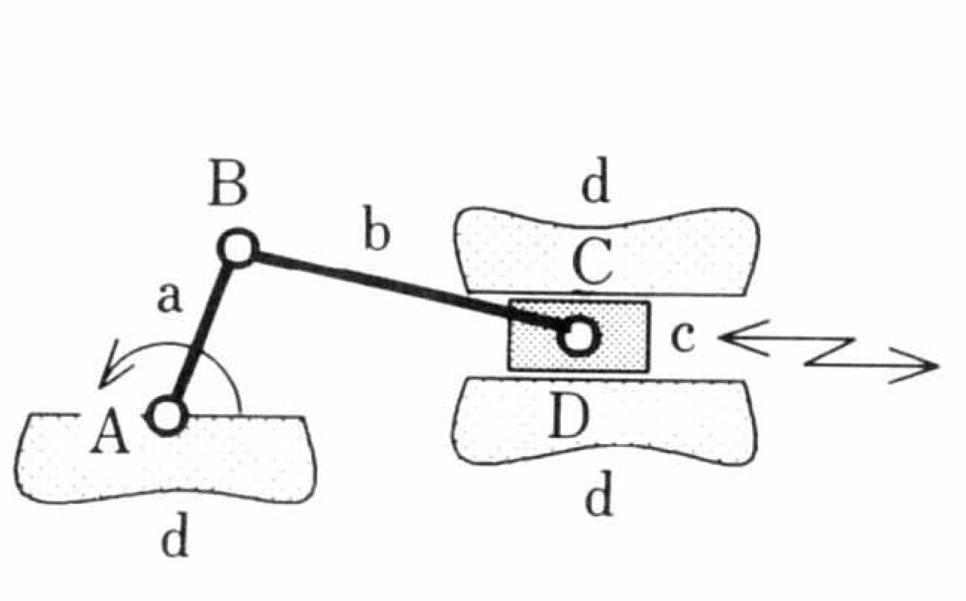
$$f=3(5-1)-2\cdot 6=0$$

(2)

対偶総数：$n=4$

1自由度対偶：$n_1=4$

$$f=3(4-1)-2\cdot 4=1$$

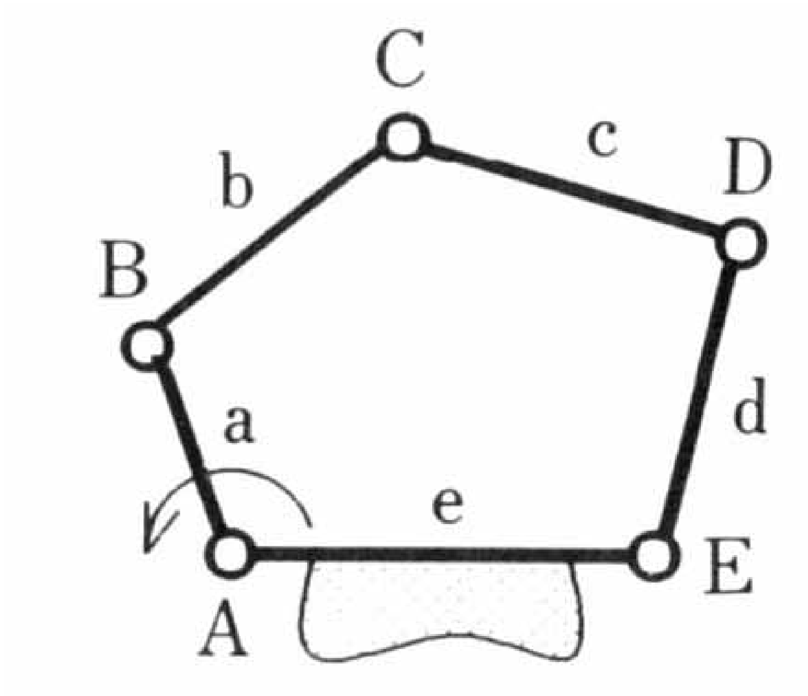


(3)

対偶総数：$n=5$

1自由度対偶：$n_1=5$

$$f=3(5-1)-2\cdot 5=2$$



立体連鎖

3次元空間における独立自由度は6
x，y，z：並進と回転

式 (1·1) に相当する式は

$$f = 6(n-1) - \sum_i (6-i)\, n_i$$

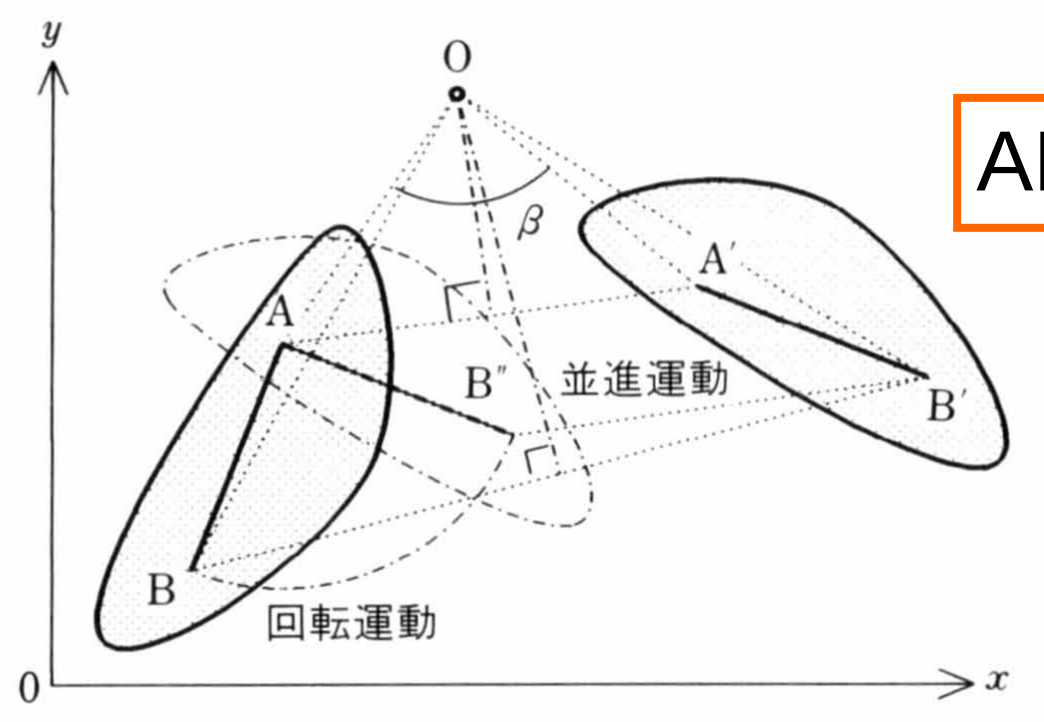
n_i：自由度 i の対偶総数

1·6　剛体の運動と瞬間中心

剛体の運動＝並進運動＋回転運動

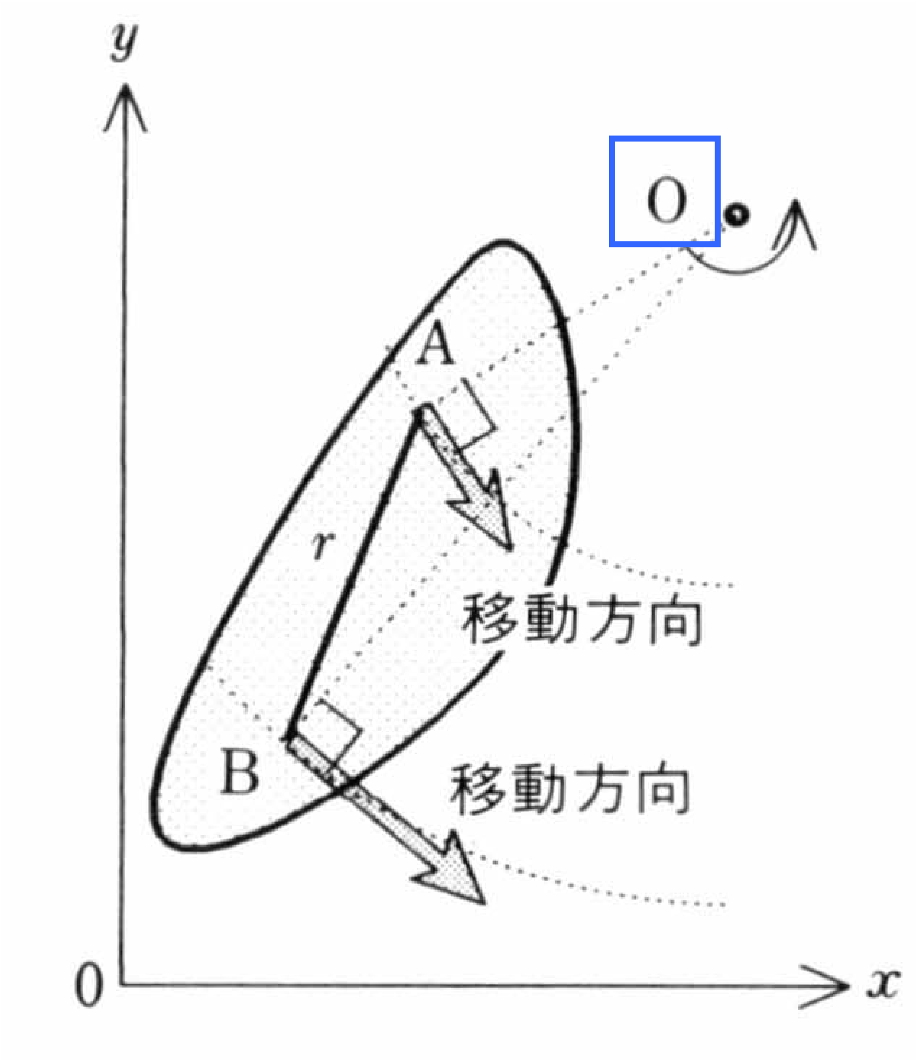
しかし, Oを中心とした**1回の回転運動**でも可能

β→0ならばOは剛体ABの**瞬間中心**



AB → AB” → A’B’

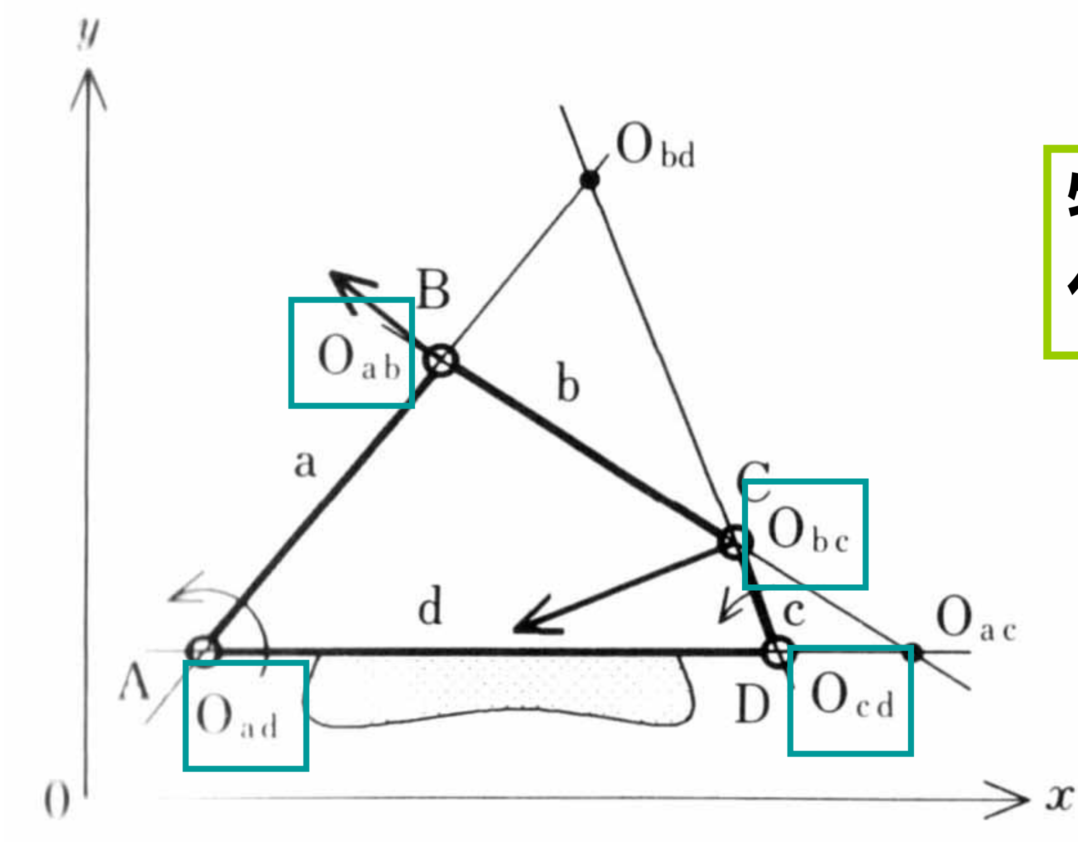
瞬間中心の位置



A, Bの移動方向ベクトルに対して直角に引いた直線の交点O

連鎖の節どうしの瞬間中心

永久中心：相対位置が変化しても対偶の位置は変化しない



特にO_{ad}, O_{cd}は絶対位置も変わらない

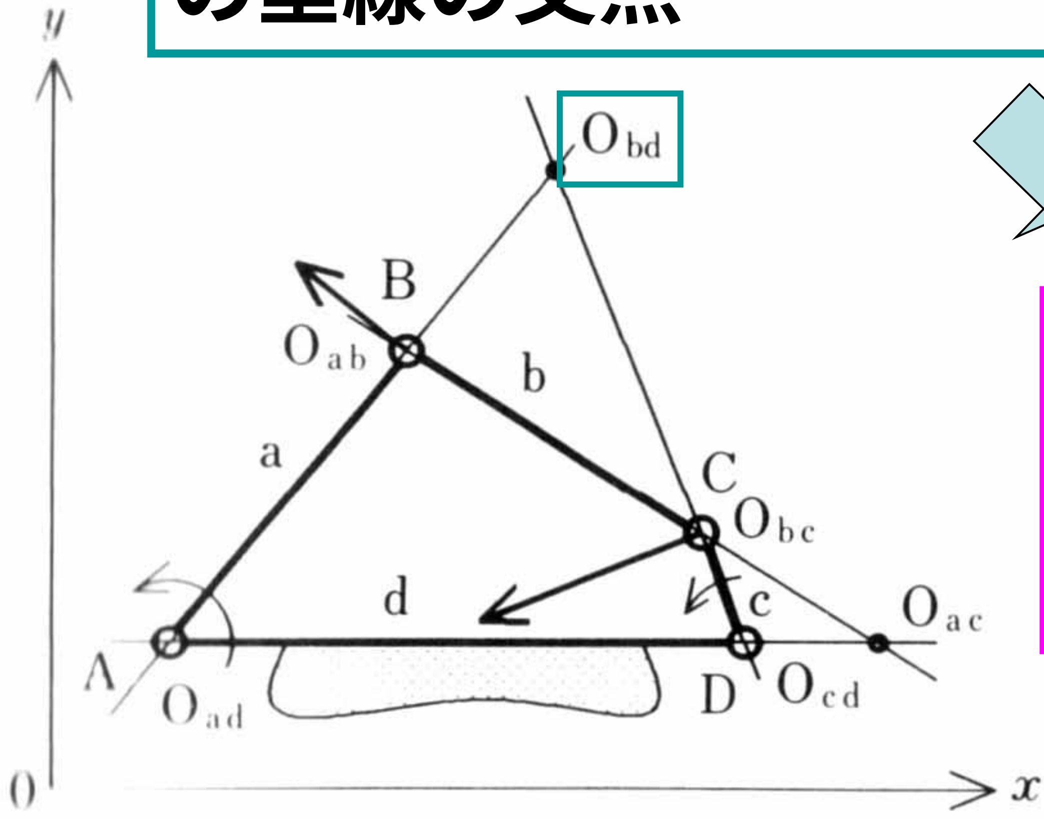
固定中心

4節回転連鎖（節d：固定節）

隣接していない節間の瞬間中心

節dに対する節bの瞬間中心O_{bd}

Bの移動ベクトルとCの移動ベクトルの垂線の交点



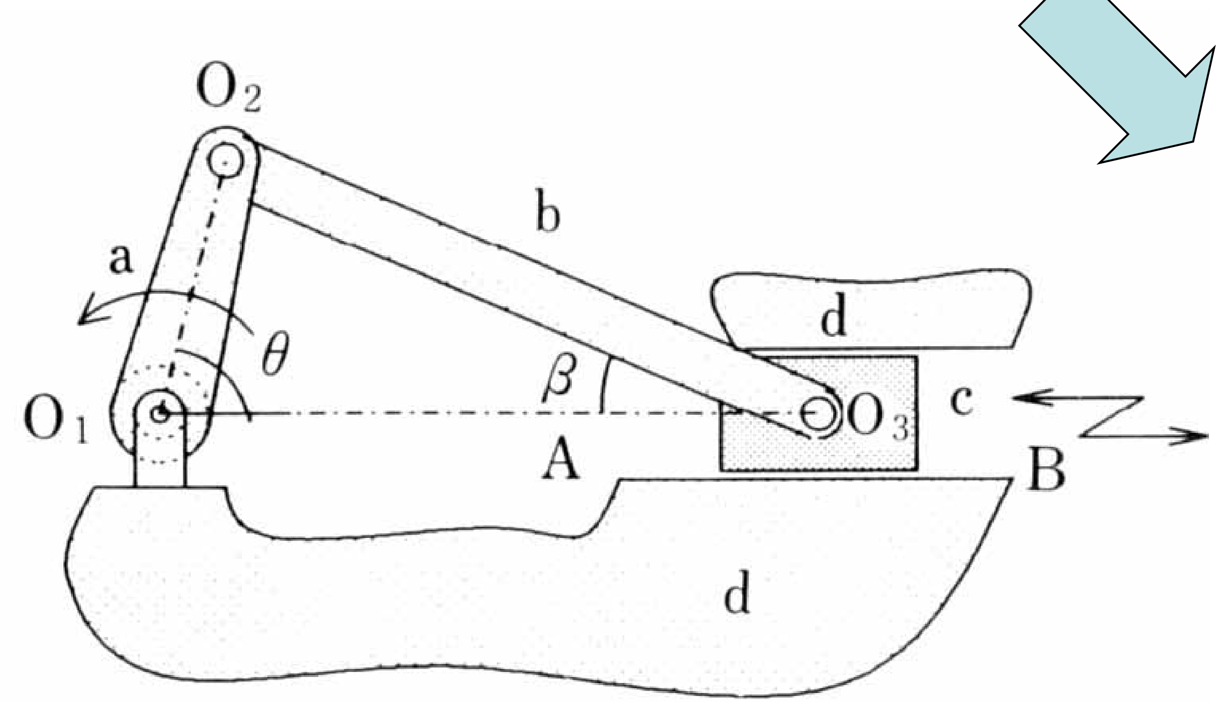
瞬間中心の数は,

$$n_c=n(n-1)/2$$

節数：n

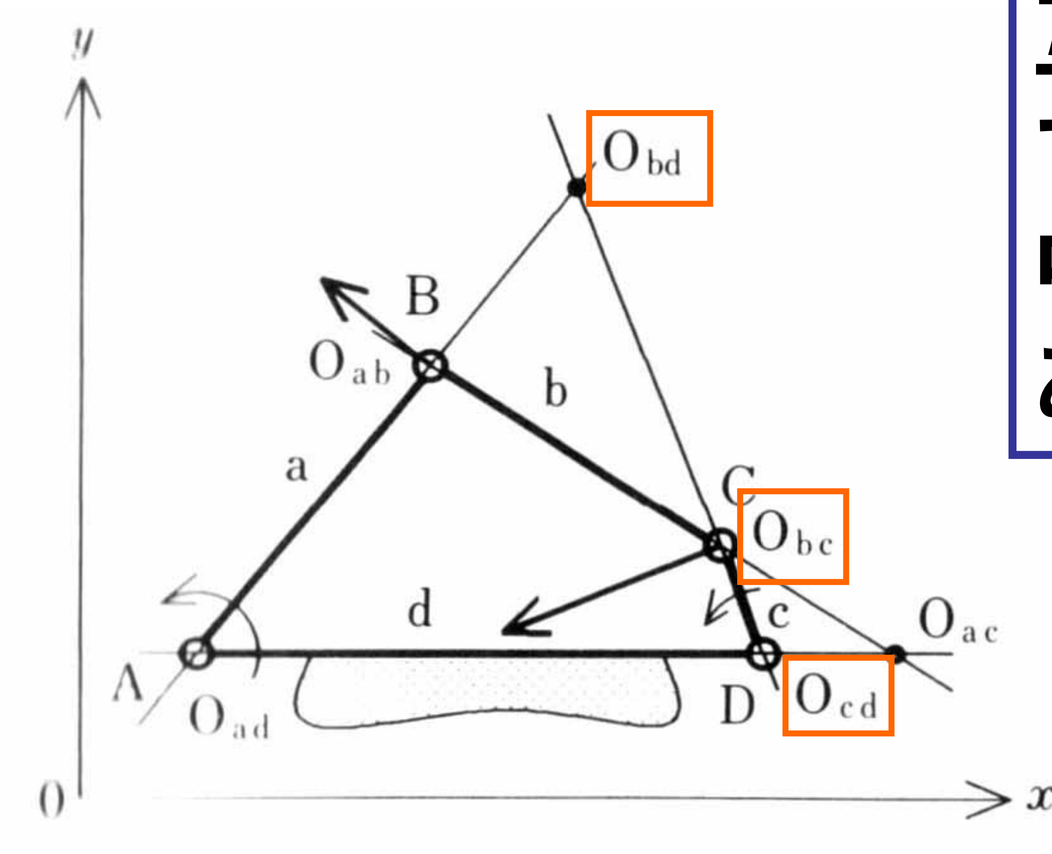
例題3　図1･1における瞬間中心の数

節数：a, b, c, d ＝ 4



$n_c = 4(4-1)/2$
$= 6$

O_{bd}はO_{cd}，O_{bc}の延長線上に存在する



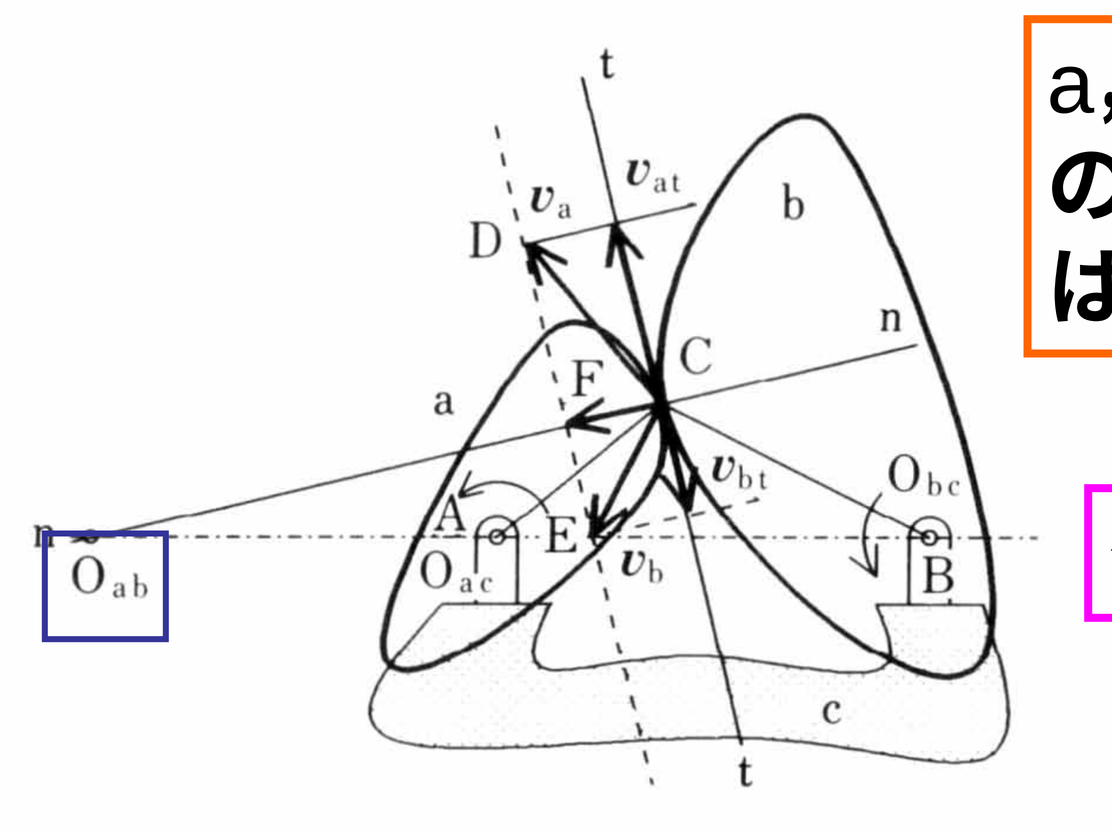
互いに相対運動をする3節間の瞬間中心は一直線上にある

3瞬間中心の定理
(ケネディーの定理)

例題4　滑り対偶における瞬間中心

節数3 → 瞬間中心数は3

O_{ac}, O_{bc}：永久中心 → 残る瞬間中心は1つ



a, bの速度ベクトルの法線方向ベクトルは同じである

＋

ケネディーの定理

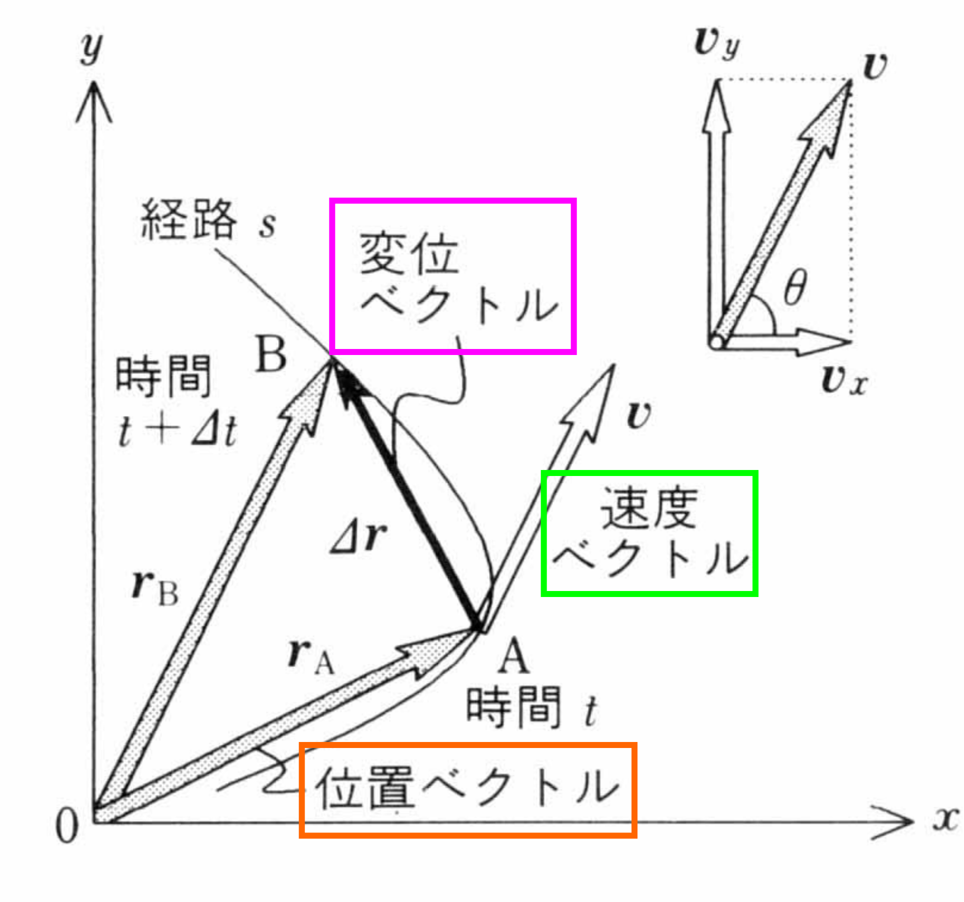
＝

O_{ab}

1･7　位置･速度･加速度

経路：物体が通過した点を結んだ線

経路が直線：直線運動
経路が曲線：曲線運動



運動中の物体は，ベクトルが便利

位置ベクトル
原点基準の座標

変位ベクトル
物体位置の変化

速度ベクトル
単位時間当たりの変位

位置･速度･加速度の関係

位　置

積分　↑↓　微分

速　度

積分　↑↓　微分

加速度

加速度
　単位時間当たりの
　速度変化

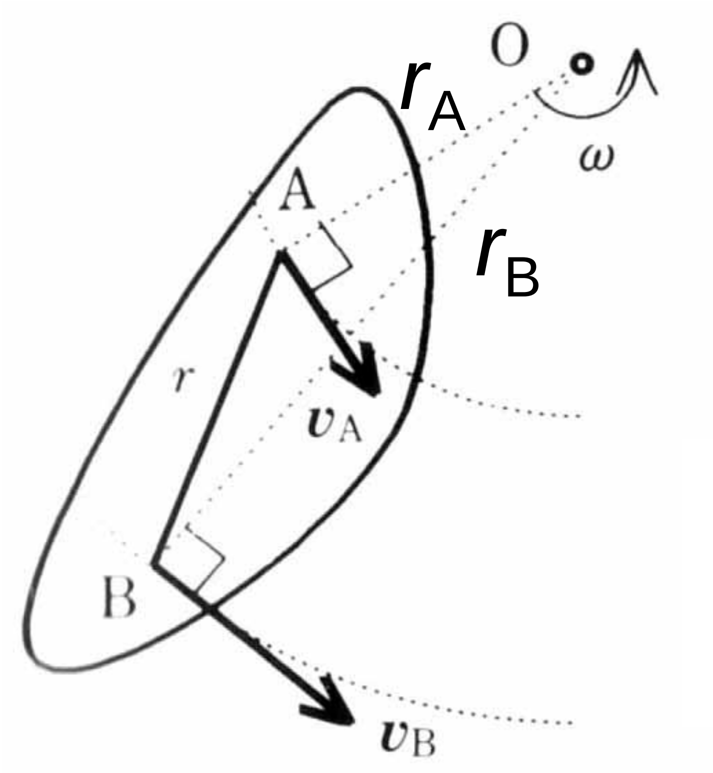
↓

接線加速度
法線（求心）加速度

円運動の場合には，
　角速度
　角加速度

1・8　機構の速度・加速度の求め方

同一節上の2点の速度・加速度の関係

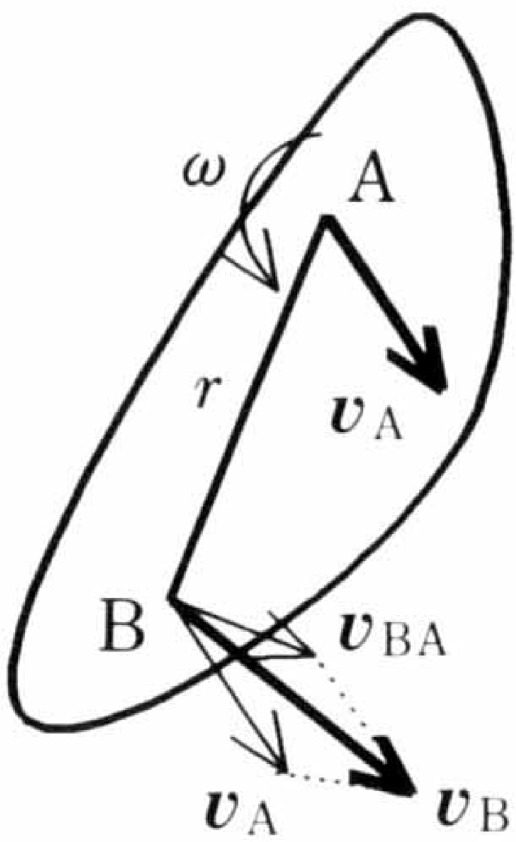


（a）

$v_a = r_A\omega$，$v_b = r_B\omega$

$v_b = v_a + (r_B - r_A)\,\omega$

ベクトルで関係を表すと,



(b)

$$\boxed{v_b = v_a + v_{BA}}$$

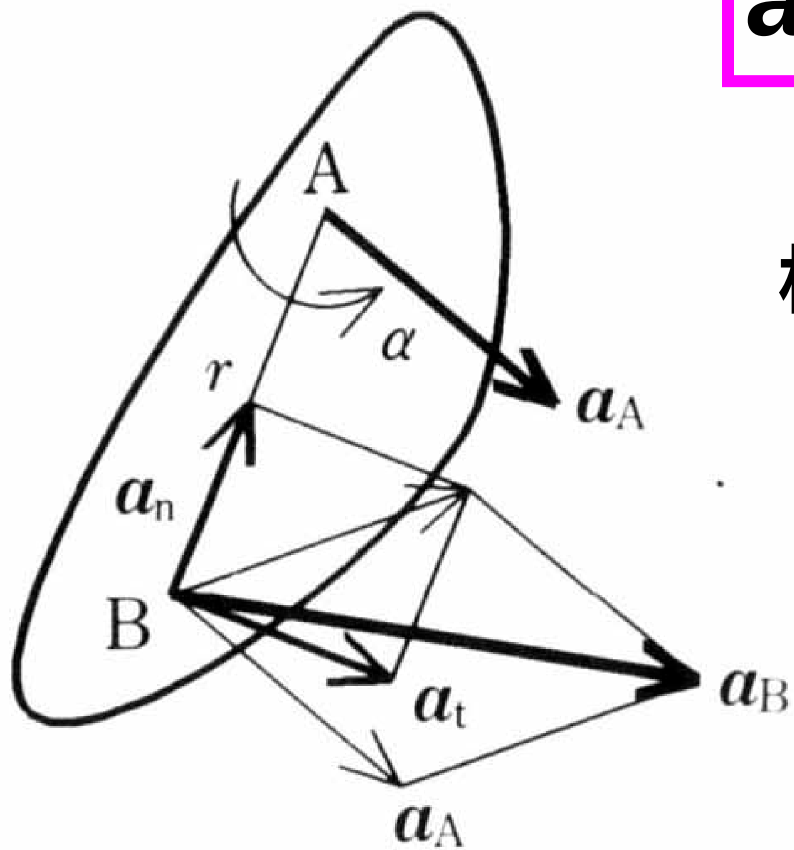
v_{BA} :相対速度ベクトル

ただし, ベクトルの大きさについての大小関係には注意が必要

↓

$r_B - r_A$とr_{BA}の大きさは一般的に異なる

加速度の関係は,



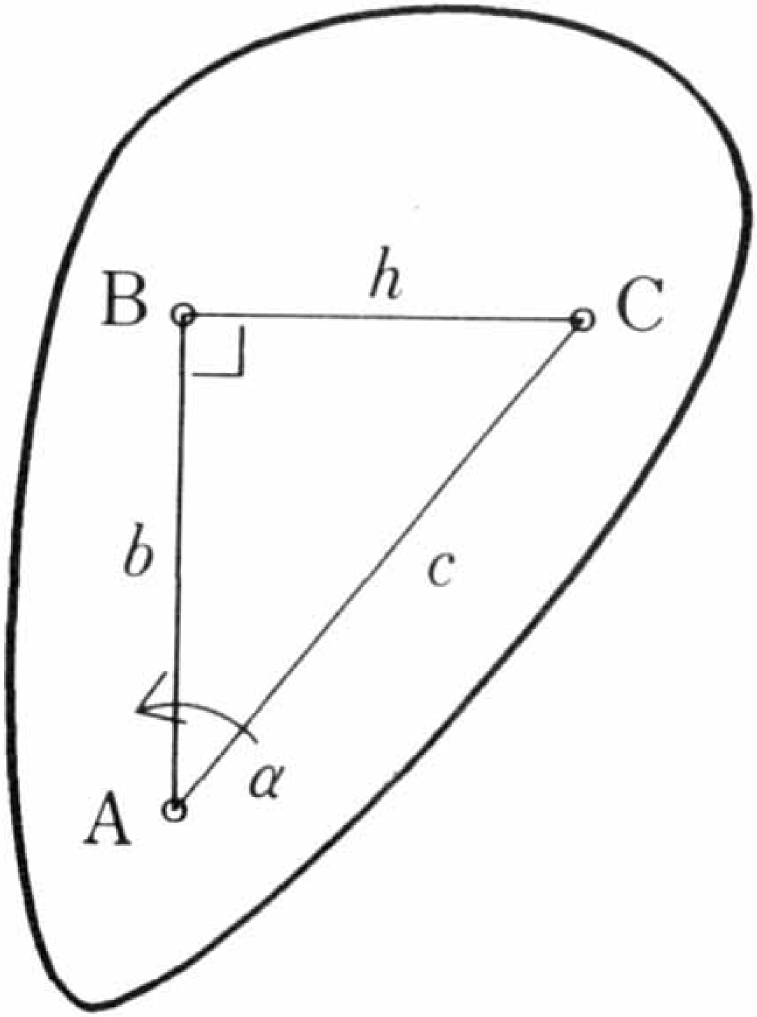
(c)

$$\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_A + \boldsymbol{a}_{t,BA} + \boldsymbol{a}_{n,AB}$$

相対加速度の大きさ

$$a_{t,BA} = r\alpha$$
$$a_{n,AB} = r\omega^2$$

例題5



角速度：$\omega = v_o / b$

速度

$$\boxed{v_C = c\omega = c v_o / b}$$

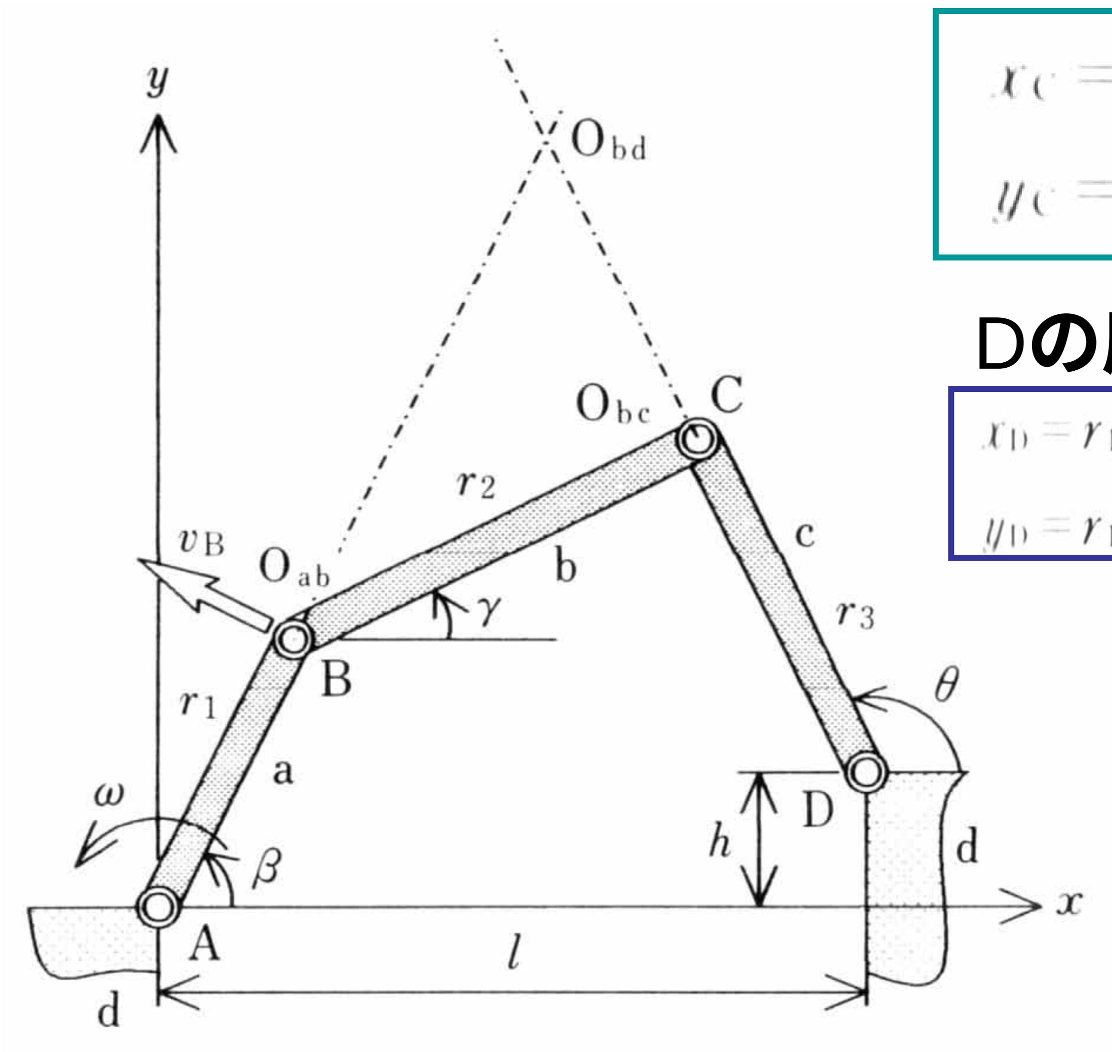
加速度

$$\boxed{\begin{aligned} a_{t,C} &= c\alpha \\ a_{n,C} &= c\omega^2 \end{aligned}}$$

相対速度

$$\boxed{\omega h}$$

異なる節上の速度と加速度



Cの座標

$$x_C = r_1 \cos\beta + r_2 \cos\gamma$$
$$y_C = r_1 \sin\beta + r_2 \sin\gamma$$

Dの座標

$$x_D = r_1 \cos\beta + r_2 \cos\gamma - r_3 \cos\theta = l$$
$$y_D = r_1 \sin\beta + r_2 \sin\gamma - r_3 \sin\theta = h$$

Dは動かないので微分値は0

$$\dot{x}_D = -r_1 \sin\beta\dot{\beta} - r_2 \sin\gamma\dot{\gamma} + r_3 \sin\theta\dot{\theta} = 0$$

$$\dot{y}_D = r_1 \cos\beta\dot{\beta} + r_2 \cos\gamma\dot{\gamma} - r_3 \cos\theta\dot{\theta} = 0$$

β=ωより

$$\dot{\gamma} = -\frac{r_1}{r_2} \cdot \frac{\sin(\beta-\theta)}{\sin(\gamma-\theta)}\omega$$

Cの座標を表す式を微分

$$\dot{x}_C = -r_1 \sin\beta\dot{\beta} - r_2 \sin\gamma\dot{\gamma}$$

$$\dot{y}_C = r_1 \cos\beta\dot{\beta} + r_2 \cos\gamma\dot{\gamma}$$

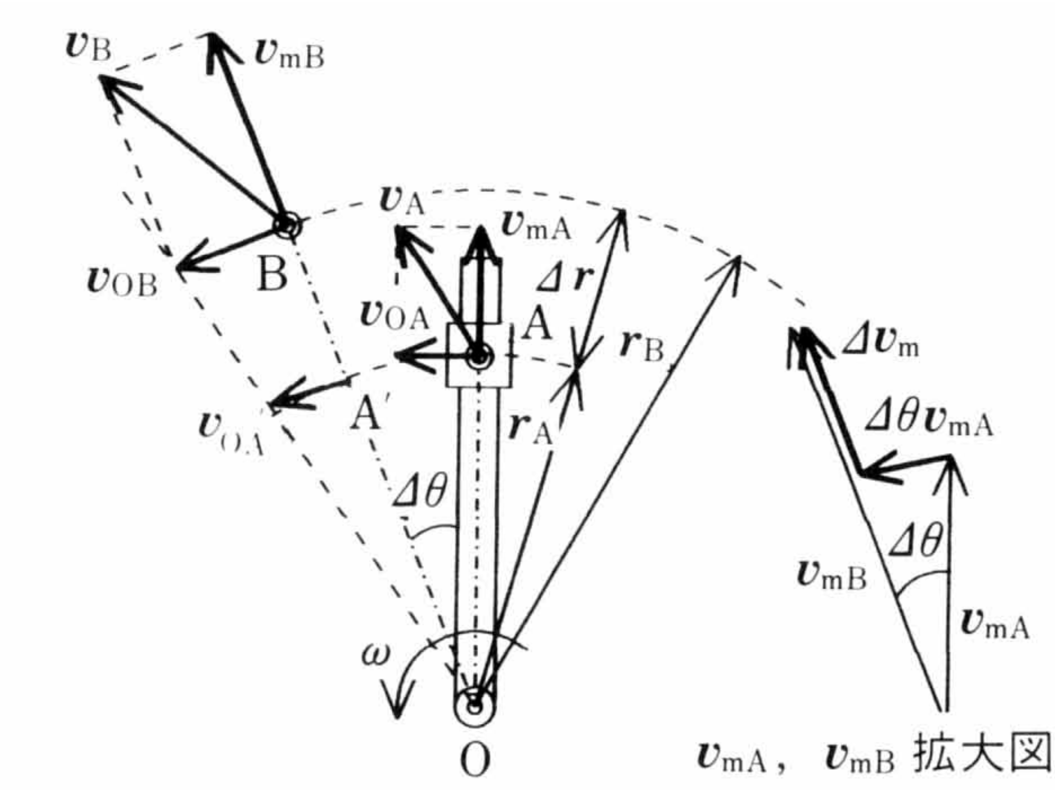
Cの速度は,

$$v_C = \sqrt{\dot{x}_C{}^2 + \dot{y}_C{}^2}$$

もう一度微分すると
加速度が得られる

コリオリ加速度

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{a} &= \boldsymbol{a}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{t}} + 2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}_{\mathrm{mA}} \\
&= \boldsymbol{a}_{\mathrm{r}} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{t}} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{c}}
\end{aligned}
$$



a_r：スライダの棒に対する相対的な速度変化

a_t：スライダ位置での棒の加速度

a_c：コリオリ加速度