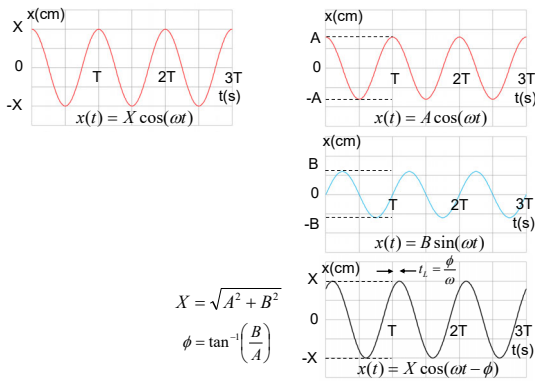


調和振動



複素数とは

虚数単位 $i^2 = -1$

$$C = A + iB$$

複素数 実部 虚部
complex real imaginary

公式

$$(A_1 + iB_1) + (A_2 + iB_2) = (A_1 + A_2) + i(B_1 + B_2)$$

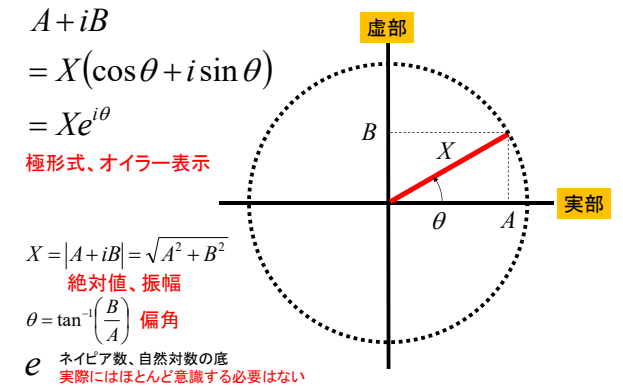
$$(A_1 + iB_1) - (A_2 + iB_2) = (A_1 - A_2) + i(B_1 - B_2)$$

$$(A_1 + iB_1) \times (A_2 + iB_2) = (A_1A_2 - B_1B_2) + i(A_1B_2 + A_2B_1)$$

$$|A_1 + iB_1| = \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$$

$$\frac{A_1 + iB_1}{A_2 + iB_2} = \frac{|A_1 + iB_1|}{|A_2 + iB_2|} = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}} = \sqrt{\frac{A_1^2 + B_1^2}{A_2^2 + B_2^2}}$$

複素平面(ガウス平面)



極形式は計算上便利

$$A_1 + iB_1 = X_1 e^{i\theta_1}$$

$$A_2 + iB_2 = X_2 e^{i\theta_2}$$

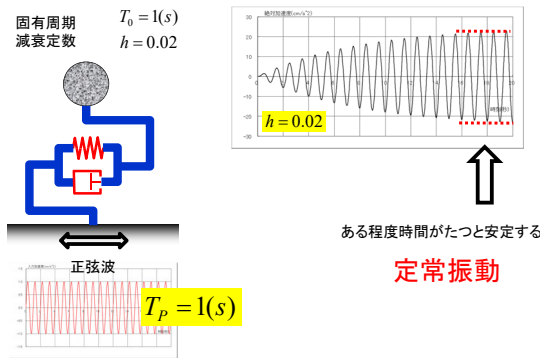
$$(A_1 + iB_1) \times (A_2 + iB_2) = A_1A_2 - B_1B_2 + i(A_1B_2 + A_2B_1)$$

極形式 $X_1 e^{i\theta_1} \times X_2 e^{i\theta_2} = X_1 X_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$

$$\sqrt{A_1 + iB_1} = ?$$

極形式 $\sqrt{X_1 e^{i\theta_1}} = (X_1 e^{i\theta_1})^{1/2} = \sqrt{X_1} e^{i\theta_1/2}$

調和地動による加速度応答



一質点系の伝達関数

$$\frac{X + Y}{Y} = \frac{1 + 2h\left(\frac{T_0}{T_p}\right)i}{1 - \left(\frac{T_0}{T_p}\right)^2 + 2h\left(\frac{T_0}{T_p}\right)i} = \frac{\sqrt{1 + 4h^2\left(\frac{T_0}{T_p}\right)^2}}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{T_0}{T_p}\right)^2\right\}^2 + 4h^2\left(\frac{T_0}{T_p}\right)^2}} \cdot e^{-i\phi}$$

固有周期 $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$
減衰定数 h

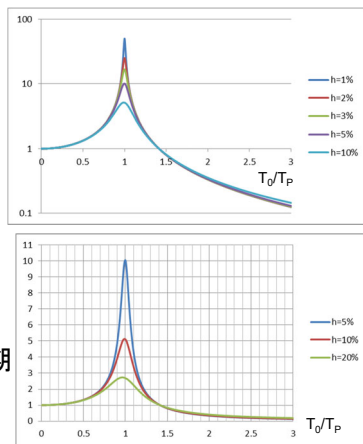
地動周期 $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p}$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{2h\left(\frac{T_0}{T_p}\right)^3}{1 - (1 - 4h^2)\left(\frac{T_0}{T_p}\right)^2}$$

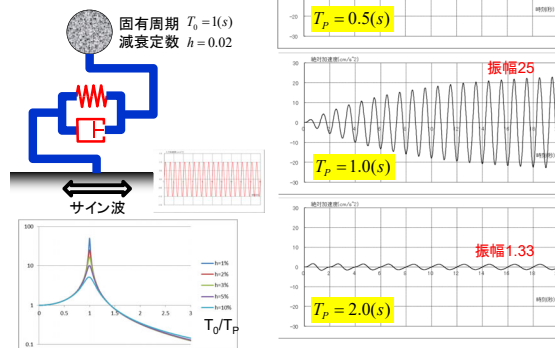
応答倍率

横軸 T_0/T_p
縦軸 応答倍率
↓
共振曲線

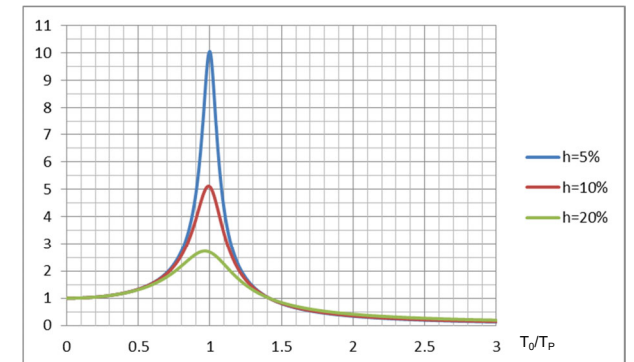
T_0 : 建物の固有周期
 T_p : 地動周期



sin波の周期による応答の変化



応答倍率

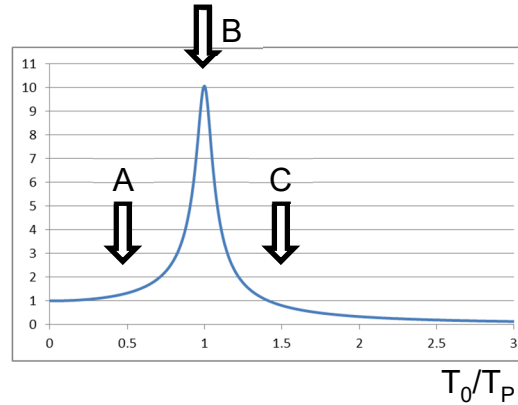


Q1 1回目、2回目の台車の揺れの周期 T_p と、男性、女性の揺れの周期 T_0 の関係が、伝達関数中、A, B, C のどれに相当するかを番号で答えなさい。

2020年7月6日

建築振動学 09

永野正行



1回目 男性 ()、女性 ()

2回目 男性 ()、女性 ()

Q2 以下のケースで調和地動を受ける建物応答の振幅が何倍になるかを表から推定しなさい。

(a) 建物の固有周期 $T_0=3s$, 減衰定数 $h=10\%$, 地震動の周期 $T_p=3s$

(b) 建物の固有周期 $T_0=2.2s$, 減衰定数 $h=5\%$, 地震動の周期 $T_p=2s$

(c) 建物の固有周期 $T_0 \rightarrow 1.0 + 0.1 \times$ 学籍番号下から1桁目 (s) _____

減衰定数 $h=10\%$

地震動の周期 $T_p \rightarrow 1.0 + 0.1 \times$ 学籍番号下から2桁目 (s) _____

裏に続く

Q3 地動を受ける1質点系の運動方程式 $\ddot{x} + 2h\omega_0\dot{x} + \omega_0^2x = -\ddot{y}$ から伝達関数の式を以下の手順で誘導しなさい。

① 地動、応答ともに定常振動を仮定する。

$$x = Xe^{i\omega_p t}$$

$$\dot{x} = Xie^{i\omega_p t}$$

$$\ddot{x} = -X\omega_p^2 e^{i\omega_p t}$$

$$\ddot{y} = Y\omega_p^2 e^{i\omega_p t}$$

② 以上を運動方程式に代入して、 $X = \square Y$ の関係を得る。これより $\frac{X}{Y} = \square$ が得られる。

③ 最後に、 $\frac{X+Y}{Y} = \blacksquare$ の関係を求めると、これが伝達関数となる。この絶対値 $\left| \frac{X+Y}{Y} \right| = \diamond$ が応答倍率となる。