

新しいデータ同化手法に基づく 河川流速・流量推定法の提案

二瓶泰雄¹・木水 啓²

¹正会員 東京理科大学助教授 理工学部土木工学科 (〒278-8510 千葉県野田市山崎2641)
E-mail:nihei@rs.noda.tus.ac.jp

²学生員 東京理科大学大学院 理工学研究科土木工学専攻修士課程(同上)

河川横断面内にて離散的に観測された流速値から流速の横断分布や流量を精度良く算定するために、現地観測と数値解析を併用して、新たなデータ同化手法に基づく河川流速・流量推定法を提案した。ここでは、水深平均流速の観測値を同化データとして取り込んでいる浅水流モデル（力学的内挿法）に基づいて数値シミュレーションを行い、流体運動の力学条件を満足した形で横断方向に空間内挿された流速データを得る。この力学的内挿法の推定精度や有効性を調べるために、江戸川洪水流を対象とした数値シミュレーションデータや現地観測結果に対して本手法を適用した結果、本手法は、単に流速データを空間内挿する方法（単純内挿法）よりも精度良く流速分布や流量を推定していることが示された。

Key Words: data assimilation, river flow, discharge, dynamic interpolation method, ADCP

1. 序論

河道計画の基礎となる流量の調査法としては、棒浮子¹⁾や各種流速計（超音波ドップラー流速分布計（ADCP：Acoustic Doppler Current Profiler）²⁾、電波流速計³⁾等）を用いたものが挙げられる。この方法では、一般に、横断面内の何点かにおいて計測された流速値を断面積分して流量を算出する。このような流量算定法では、離散的に計測された流速データを断面内にて空間内挿する必要があり、通常、最も単純な線形補間が施される。しかしながら、単に流速の空間内挿を行うと力学条件を満足しないために、流速横断分布や流量の推定精度に大きな誤差が生じる可能性があると考えられる。

流体力学条件を満たした形で流速の空間内挿を行うためには、現地観測と数値解析を併用して、観測結果を合理的に取り込んだ形で河川流シミュレーションを実施することが考えられる。そのためには、観測データを数値モデルに組み込むためのデータ同化手法を適用する必要がある。このデータ同化手法は、気象・海洋計算では数多く用いられているもの^{4)~6)}、河川流計算では研究例が少なく⁷⁾、その方法論すら確立されていない。

そこで本研究では、河川内の流速分布や流量を高精度に算出するために、現地観測と数値解析を併用して、新しいデータ同化手法に基づく河川流速・流量推定法を提案する。ここでの推定手順としては、1) 現地調査において、流速鉛直分布を計測可能な ADCP を用いて、河川横断面内の

数点にて流速計測を行う。次に、2) 流速の観測値を合理的に取り込み得るデータ同化手法を導入した流動モデルを用いて、流速の横断分布や流量を推定する。このうち後者では、流体運動の力学条件を満足しつつ、流速データの空間内挿を行うので、この手法を本論文では**力学的内挿法**と呼ぶ。以下では、まず、本研究で提案する河川流速・流量推定法の基本構成を示すとともに、その主要部分である力学的内挿法の概要を記述する。次に、この力学的内挿法の精度や有効性を検証するために、江戸川洪水流を対象とした数値シミュレーション結果⁸⁾と現地調査結果²⁾を用いて、本手法の流速・流量推定精度について検討する。

2. 本推定法の概要

(1) 基本構成

本推定法は、**図-1**に示すように、現地観測と数値シミュレーション、および両者の結果をつなぐデータ同化手法から構成されている。これらのうち、数値シミュレーションとデータ同化手法の部分が力学的内挿法に相当している。まず、現地観測では、河川横断面内の数地点において流速を計測する。後述するように、本論文では、流速計としては、高精度・高解像度で鉛直分布計測が可能な高解像度超音波ドップラー流速分布計（以下、HR-ADCP と呼ぶ）を用いており、それにより得られる水深平均流速を同化データとして用いる。次に、数値シ

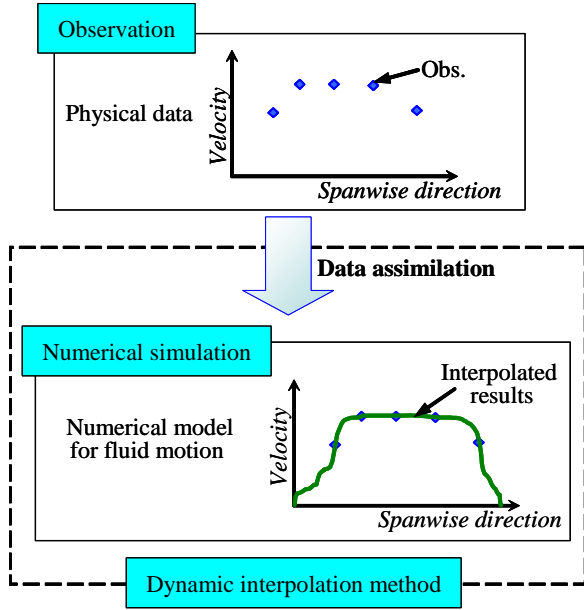


図-1 本推定法の基本構成

シミュレーションとしては、浅水流モデルを用いることとし、基礎方程式は水深平均された平面二次元場の運動方程式となる。さらに、データ同化手法としては、疎らな観測点での流速データの影響を河川横断面全体に合理的に反映させる形で数値シミュレーションを行うために、後述するように、運動方程式中に新たな項を付加する、という新しいデータ同化手法を採用する。

(2) 力学的内挿法における基礎方程式

まず、力学的内挿法に関する計算法を説明するために、そこで適用されている基礎方程式を記述する。ここでは、水深スケールよりも水平スケールの方が大きい、という河川流の特徴を考慮して、平面二次元場に対する浅水流モデルを用いる。この浅水流モデルにおける水深平均された主流方向運動方程式は、以下のとおりである。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = gI + A_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \left(\frac{C_f}{h} + \frac{aC_D}{2} \right) u \sqrt{u^2 + v^2} \quad (1)$$

ここで、 t は時間、 x 、 y は主流、横断方向、 u 、 v は x 、 y 方向の水深平均流速、 h は水深、 g は重力加速度、 I は水面勾配を表している。また、上式中の水平渦動粘性係数 A_H と底面摩擦係数 C_f を、各々下記のように与える。

$$A_H = \alpha U_* h = \alpha \sqrt{C_f} u h \quad (2)$$

$$C_f = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \quad (3)$$

ここで、 α は比例定数、 U_* は摩擦速度、 n はマンニングの粗度係数である。また、式(1)右辺第三項は植生抵抗項を含んでおり、ここでは、既存の植生帯を含む河川流モデル⁹⁾を参考にして、植生密度 a と植生抵抗係数 C_D を用いて表している。前述したように、数値シミュレーションで用いられる同化データは、横断面内の離散的な地点における水深平均流速の観測値であるので、このような限られた流速観測値のみでは、移流項や流下方向の乱流拡散項を算定することが困難となる。そこで、これらの項を省略すると、式(1)は以下ようになる。

$$gI + A_H \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \left(\frac{C_f}{h} + \frac{aC_D}{2} \right) u^2 = 0 \quad (4)$$

なお、上式では、移流項や流下方向の乱流拡散項とともに、非定常項も省略している。同一地点における流速調査を連続的に行うことにより、非定常項を評価することは可能であるが、本論文における推定対象では、非定常項は水面勾配項と比べて3オーダー以上小さいことが確認されたので、式(4)では非定常項を省略している。

次に、式(4)に組み込むデータ同化手法を検討する。例えば、代表的なデータ同化手法の一つとして、運動方程式中に観測値と計算値の差に比例する項を加える、というナッジングスキーム^{5), 10)}が挙げられる。この手法では、観測点と一致する計算格子点のみ観測結果の効果が組み込まれ、それ以外の格子点では観測値の影響が直接的には反映されない、という問題点がある。そこでここでは、計算領域全域にわたり観測結果の影響をスムーズに反映させつつ流体力学条件を満足するために、簡略化された運動方程式(式(4))に新たな項 F_a を加えて、この付加項 F_a を通してデータ同化を行うことを試みる。

$$gI + A_H \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \left(\frac{C_f}{h} + \frac{aC_D}{2} \right) u^2 + F_a = 0 \quad (5)$$

ここで、付加項 F_a は、式(4)において省略された項と、式(5)中に含まれる各項に対する見積り誤差の総和に相当している。これにより、簡略化された式(5)を用いても、式(1)と同等の力学バランスを考慮し得るものと考えられる。さらに、付加項 F_a を観測点上のみならず計算領域全域にわたり与えることにより、観測値の影響を横断面全体に反映させることが可能となる。なお、ここでは主流方向流速 u のみを求めるため、主流方向運動方程式を解くだけでよく、別方向の運動方程式や連続式は取り扱わない。

(3) 力学的内挿法の計算手順

式(5)に基づく力学的内挿法に関する具体的な計算手順を記述する。まず、数値シミュレーションに際して、

ここでは有限差分法を採用する。式 (5) に対する差分式は、乱流拡散項に対して二次精度中央差分を採用すると、以下のように与えられる。

$$gI + \alpha \sqrt{C_{f_i}} u_i h_i \left(\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta y_i)^2} \right) - \left(\frac{C_{f_i}}{h_i} + \frac{aC_D}{2} \right) u_i^2 + F_{ai} = 0 \quad (6)$$

ここで、添え字 i は横断方向の格子番号、 Δy は横断方向の格子間隔を表している。

具体的な計算手順は、以下の Step1, 2, 3 から構成されており、これを解が収束するまで繰り返し計算する。まず、Step1 では、観測点と一致する格子 i における流速データ u_{oi} を式 (6) に代入し、以下に示される式 (7) を用いて、格子 i における付加項 F_{ai} を算出する。

$$F_{ai} = -gI - \alpha \sqrt{C_{f_i}} u_{oi} h_i \left(\frac{u_{i+1} - 2u_{oi} + u_{i-1}}{(\Delta y_i)^2} \right) + \left(\frac{C_{f_i}}{h_i} + \frac{aC_D}{2} \right) u_{oi}^2 \quad (7)$$

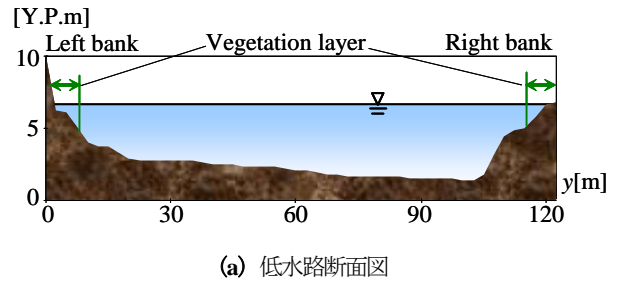
次に、Step2 では、観測点毎に得られた離散的な F_a を横断方向に空間内挿し、 F_a の横断分布を求める。ここでは、空間内挿法として線形補間を適用する。さらに、Step3 では、得られた F_a の横断分布を式 (6) に代入して、横断面内における流速分布 u を算出する。このような Step1, 2, 3 を繰り返して、横断面内における流速 u や付加項 F_a の解が収束するまで計算を行う。なお、流量に関しては、得られた流速と水深の積を横断方向に積分して求める。

上記の手順から分かるように、ナッジングスキームのように観測点のみの流速データを同化するのではなく、力学的内挿法では、付加項 F_a を通して、観測点のみならず観測点以外の点にもスムーズに観測値の影響を反映させることが可能となっている。

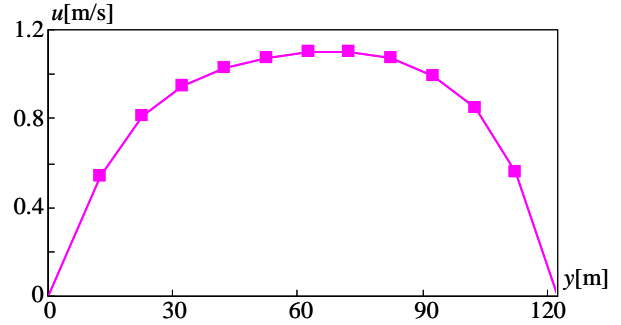
3. 河川流シミュレーションデータに対する力学的内挿法の推定精度の検証

(1) シミュレーションデータの概要

力学的内挿法の基本的な有効性を検討するために、本推定法を現地観測結果に適用する前に、河川流の数値シミュレーション結果を用いて、流速・流量の推定精度を検証する。このシミュレーションデータとしては、著者らが行っている、江戸川中流部における三次元洪水流シミュレーション結果⁸⁾を用いる。ここでは、この結果のうち、台風0310号接近に伴う洪水時(2003年8月10日



(a) 低水路断面図



(b) 主流方向流速

図-2 内挿計算に用いたシミュレーションデータ

18:00) における、河口部より 35.5k 地点の横断面での水深平均流速を採用する。図-2は計算で用いられた横断面内における水深及び流速の横断分布を示している。この地点では、低水路側岸にヤナギが繁茂している²⁾、数値計算上考慮されている植生帯位置も図示している。

(2) 計算条件

シミュレーションデータに対する内挿計算の諸条件を示す。シミュレーションデータは、図-2に示すように、計 11 点存在し、11 点のデータのうちいくつかの点のデータを選び内挿計算を行っており、内挿計算に用いるデータ点数 N を 1 ~ 11 点に変化させる。次に、基礎式中の係数としては、 $n=0.035\text{m}^{-1/3}\text{s}$ 、 $aC_D/2=0.01\text{m}^{-1}$ 、 $\alpha=0.1$ とする。横断方向の計算格子間隔 Δy は 2.5m、格子数は 50 とする。式 (5) 中の水面勾配 I は、簡単のため、ここでは、河床勾配 ($=1/3700$) と同一とする。また、水深は計算で用いられたデータ (図-2) を採用する。

内挿法の違いによる流速分布・流量の推定精度の変化を見るために、本研究で提案している力学的内挿法と、流速の観測値を単に横断方向に空間内挿する方法(以下、単純内挿法と呼ぶ)を適用する。単純内挿法における流速の補間法としては、線形補間と三次精度スプライン補間を採用する。さらに、本研究で構築された新たなデータ同化手法と、既存の手法の結果を比較するために、最も一般的なデータ同化手法の一つであるナッジングスキームを上記の内挿計算に適用する。ここでのナッジングスキームとしては、簡略化された運動方程式(式(4))にナッジング項を加える、という次式を用いる。

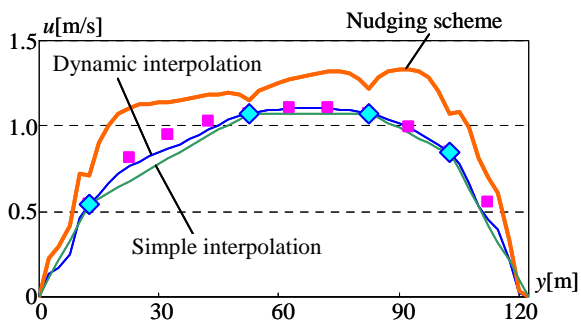


図-3 力学的内挿法と単純内挿法（線形補間）、ナッジングスキームにおける流速推定結果（ $N=4$ 、◆は内挿計算に用いたデータ、■は内挿計算に用いられていないデータ）

$$gI + A_H \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \left(\frac{C_f}{h} + \frac{aC_D}{2} \right) u^2 - \beta(u - u_o) = 0 \quad (8)$$

ここで β はナッジング係数（ $=0.01s^{-1}$ ）、 u_o は内挿対象となる流速値である。このナッジングスキームでは、式（8）を内挿対象点の計算格子以上にて適用し、その他の格子以上では式（4）を用いて流速を計算する。

(3) 推定結果

各手法による流速データの内挿結果を比較するために、流速分布の推定結果の一例を図-3に示す。ここでは、全11点のうち、内挿計算に用いられている4点の流速データを◆印で、残りの7点のデータは■印で各々表示している。また、流速データの内挿法としては、単純内挿法（線形補間）と力学的内挿法、ナッジングスキームの結果が図示されている。これを見ると、まず、ナッジングスキームの場合には、推定値は、内挿点（◆）近傍において大きく増減しており、推定値とシミュレーションデータに大きな隔たりが生じている。一方、力学的内挿法の流速分布は、横断方向に滑らかに変化するとともに、単純内挿法よりもシミュレーションデータに近い結果となっている。このように、本論文で提案している力学的内挿法は、ナッジングスキームと異なり、内挿対象データの影響を計算領域全域にわたりスムーズに反映し、かつ、精度良く流速分布を推定していることが分かる。

次に、流速・流量推定精度を広範な条件にわたり定量的に検証するために、内挿計算に採用するデータ点数 N を1~10点に変化させ、内挿点数毎に流速・流量推定誤差の平均値 Err_v 、 Err_Q を算出した結果を図-4に示す。この Err_v の算定手順としては、まず、流速分布の推定結果とシミュレーションデータの差の絶対値を横断方向に平均する。この結果を各内挿点数 N における全ケースにて算出し、そこで得られた全ての結果を再度平均化して、最後にシミュレーションデータにおける断面平均流速

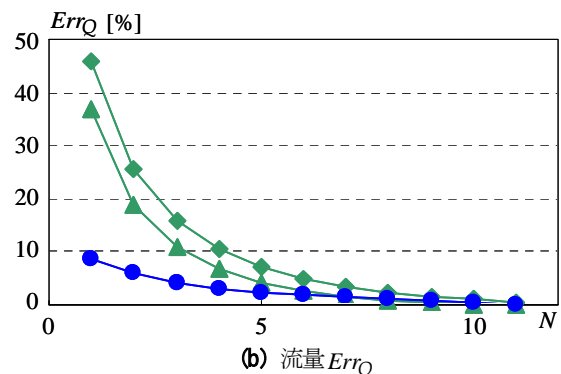
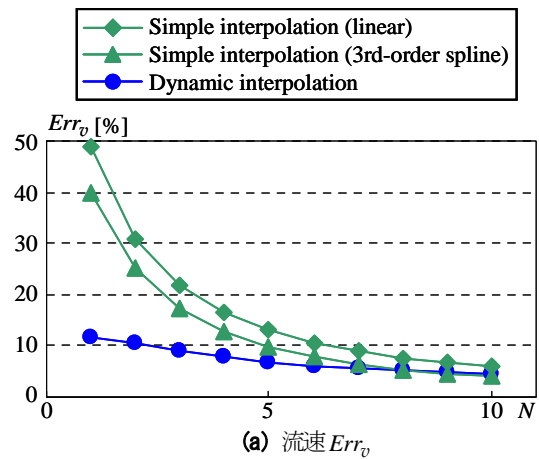


図-4 シミュレーションデータに対する流速・流量の推定誤差

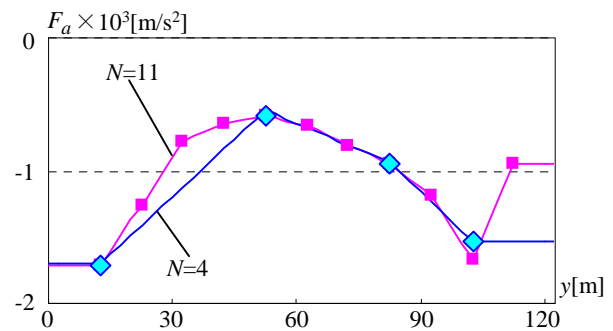


図-5 付加項 F_a の横断分布（ $N=4$ 、11の場合）

（ $=0.91m/s$ ）で無次元化している。 Err_Q は同様な手順を流量に適用したものであり、無次元化する際の流量値は $368m^3/s$ である。図中には、力学的内挿法と単純内挿法（線形補間、三次精度スプライン補間）により得られた結果が表示されている。これらの図を見ると、力学的内挿法における流速、流量の推定誤差 Err_v 、 Err_Q は、概ね、線形補間や三次精度スプライン補間を用いる単純内挿法よりも小さくなっており、その差は内挿点数 N が少ないほど大きくなっていく。このように、力学的内挿法は、単純内挿法よりも精度良く流速分布や流量を推定することが可能であり、その傾向は、内挿計算に用いるデータ点数が少ないほど顕著である。

上述したように、力学的内挿法の特徴としては、内挿

点数 N が少ない場合においても、流速・流量の推定精度が大幅に低下しない、ということが挙げられる。このことを検証するために、力学的内挿法により得られた運動方程式 (式 (5)) における付加項 F_a の横断分布を 図-5 に示す。ここでは、全シミュレーションデータを用いている場合 ($N=11$) と 図-3 と同じ条件 ($N=4$) の結果が図示されている。 $N=4$ と 11 における F_a を比べると、 $N=4$ において内挿点が無い左岸側の一部を除いて、両者の結果には大きな差異は生じていない。このように、内挿点数を少なくしても、横断面内の力学バランス構造は全データ ($N=11$) の結果と大差ないことから、力学的内挿法における流速・流量の推定精度は内挿点数が少ない場合でも大きく低下しないものと考えられる。

4. 江戸川洪水流データに対する本推定法の適用

(1) 現地観測及び計算諸条件の概要

現地河川の洪水流に対して本推定法を適用するために、前節と同じ江戸川の 35.5k 地点にて現地観測²⁾ を行い、その結果に対して力学的内挿法を適用して河川流速・流量を推定する。この現地観測では、低水路内の 5 地点において、HR-ADCP (WorkHorse ADCP Sentinel 1200kHz, RD 社製) による流速計測を 2003 年 8 月 9 日～11 日にかけて計 10 回行った。そこで得られた水深平均流速の横断分布の一例 (2003 年 8 月 9 日 18 時) を 図-6 (図中 ■, ◆印) に示す。なお、現地観測方法やその結果の詳細に関しては、佐藤ら²⁾ を参照されたい。

内挿計算における諸条件を述べる。ここで用いられる内挿法としては、力学的内挿法と単純内挿法 (線形補間, 三次精度スプライン補間) とする。横断面内の観測点間隔が同一ではないため、ここでは、横断方向格子間隔を 0.34～2.3m の不等間隔とし、格子数を 97 とする。その他の計算パラメータ (水深, 水面勾配, マニングの粗度係数等) に関しては、3. と同じとし、内挿点数 N を 1～5 に変化させる。なお、観測点数が 5 点と少なく、また、3. では力学的内挿法の有効性が示されているので、ここでは 5 つの観測点における流速値に対する力学的内挿法の推定結果を正解として、各手法における流速・流量の推定精度を評価する。一例として、上述した観測結果に対する正解値を 図-6 中太線で示す。

(2) 推定結果

現地観測データに対する流速分布の推定例として、 $N=3$ における流速の横断分布を 図-6 に示す。ここでは、内挿計算に用いられた 3 点を図中 ◆印で示す。また、内挿計算に使用されていない観測値 (図中 ■印) や正解 ($N=5$ に対する力学的内挿法の推定結果) も合わせて示

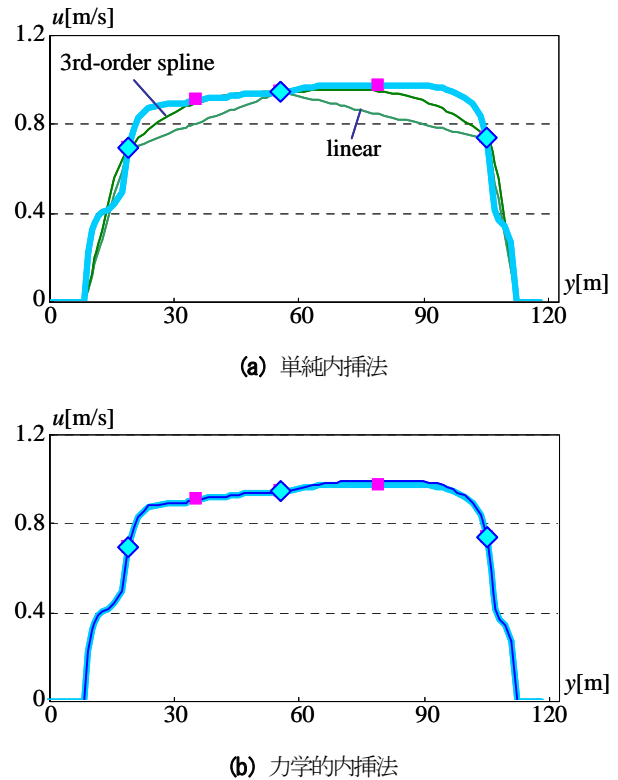


図-6 観測データに対する流速分布の推定結果 (8 月 9 日 18 時, ◆と ■ は内挿計算に使用及び未使用の観測値, 太線は正解である $N=5$ における力学的内挿法の推定結果, 細線は各手法の推定結果を各々示す)

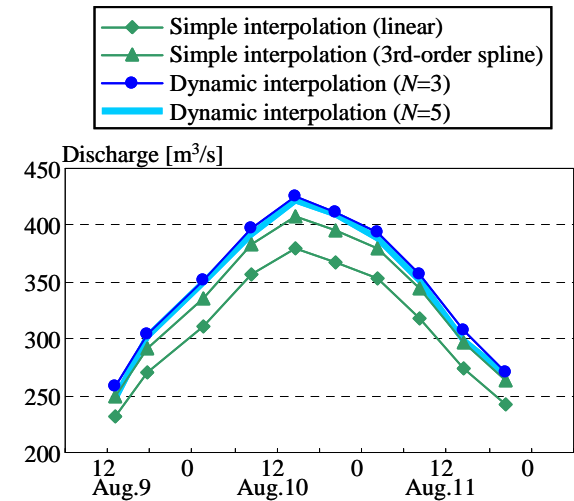


図-7 現地観測データに対する流量推定結果

されている。これを見ると、 $N=3$ における力学的内挿法の流速推定結果は、シミュレーションデータに対する結果と同様に、滑らかに横断方向に変化しており、さらに、観測値や正解と概ね一致している。それに対して、線形補間や三次スプライン補間を用いる単純内挿法における結果は、観測値や正解との間にずれが生じており、低水路中央部では流速を過小評価し、また側岸付近では流速を過大・過小評価している部分が混在している。

図-6 と同じ内挿条件 ($N=3$) における流量の推定結

果を図-7に示す。ここでは、現地観測において行われた計10回の観測データに対して推定された流量の時系列変化を図示する。これより、力学的内挿法による結果は2つの単純内挿法による結果よりも正解に近くなっている。なお、図-6に示したように、単純内挿法における流速推定値には明確な誤差が見られるのに対して、同じ時刻における流量の推定結果に関しては、その誤差はそれほど顕著ではない。これは、単純内挿法による流速推定値には、前述したように、低水路内において流速を過大・過小評価している部分が混在しており、流量算出時にはそれらの誤差が相殺されているためである。

幅広い内挿条件に対する流速・流量の推定精度を調べるために、3.と同じく、各内挿点数 N における Err_v や Err_Q を算出した。その結果、シミュレーションデータの場合と同様に、力学的内挿法による推定誤差は単純内挿法による結果よりも明確に小さいことが確認されている。以上の結果から、新しいデータ同化手法に基づく河川流速・流量推定法の基本的な妥当性が検証された。

5. 結論

本研究で得られた主な結論は以下のとおりである。

(1) 河川流速・流量を高精度に評価するために、高解像度ADCPを用いた現地観測と新しいデータ同化手法に基づく数値解析(力学的内挿法)を併用した河川流速・流量推定法を構築した。ここでは、力学バランスを考慮しつつ、流速の観測値の影響を横断面全体にわたり合理的に反映させるために、運動方程式中に新たな項を付加する、という新しいデータ同化手法を提案した。

(2) 江戸川洪水流における数値シミュレーションデータや現地観測結果に対して力学的内挿法を適用し、ナッジングスキームや単純内挿法の結果と比較したところ、

本手法の方が河川流速・流量を精度良く推定しており、河川流速・流量算定に対して本手法の妥当性が示された。

謝辞: (株)ドーコン・佐藤慶太氏(当時東京理科大学大学院博士後期過程在学)には、力学的内挿法の計算プログラムを作成する際に有益な助言を頂いた。本研究の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金基盤研究(C)(2)(課題番号:16560453, 研究代表者:二瓶泰雄)によるものである。ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 土木学会:水理公式集 [平成11年度版],丸善,pp.75-86,1999.
- 2) 佐藤慶太,二瓶泰雄,木水啓,飯田裕介:洪水観測への高解像度超音波ドップラー流速分布計の適用 ~江戸川を例にして~,水工学論文集,Vol.48,pp.763-768,2004.
- 3) 山口高志,新里邦生:電波流速計による洪水流量観測,土木学会論文集, No.497/II-28, pp.41-50, 1994.
- 4) Lorenc, A. C.: Analysis methods for numerical weather prediction, *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, Vol.112, pp.1177-1194, 1986.
- 5) Robinson, A. R., Lermusiaux, P. F. J. and Sloan, N. Q.: Data assimilation in The SEA (eds. Brink, K. H. and Robinson, A. R.), John Wiley & Sons, Vol.10, pp.541-594, 1998.
- 6) 小守信正,石川洋一,淡路敏之:データ同化の原理と手法,月刊海洋, Vol.33, No.2, pp.69-75, 2001.
- 7) Sulzer, S., Rutschmann, P. and Kinzelbach, W.: Flood discharge prediction using two-dimensional inverse modeling, *J. Hydraulic Eng.*, Vol.128, No.1, pp.46-54, 2002.
- 8) 佐藤慶太,二瓶泰雄:河川洪水流シミュレーションに対するネスティング計算法の適用,水工学論文集, Vol.49, pp.679-684, 2005.
- 9) 例えば, Nadaoka, K. and Yagi, H.: Shallow-water turbulence modeling and horizontal large-eddy computation of river flow, *J. Hydraulic Eng.*, Vol.124, No.5, pp.493-500, 1998.
- 10) Anthes, R. A.: Data assimilation and initialization of hurricane prediction models, *J. Atmos. Sci.*, Vol.31, pp.702-719, 1974.

(2005. 1. 14 受付)

A METHOD FOR EVALUATION OF RIVER VELOCITY AND DISCHARGE WITH A NEW ASSIMILATION TECHNIQUE

Yasuo NIHEI and Akira KIMIZU

To evaluate accurately velocity and discharge in rivers from observed results at discrete points in a cross section, we present a new method for data assimilation in which observed velocities are properly incorporated into a river-flow computation. In the present method, we assimilate observed velocities into a shallow-water flow model, and then we can incorporate spatially the observed velocities in a cross section by satisfying dynamic principles. The present method is therefore referred to be here as a dynamic interpolation method. To confirm the fundamental performance of the dynamic interpolation method, we apply the present method to the spatial interpolation of velocities in a cross section using the simulation data for a river-flow computation and observed data. The interpolated results indicate that the present method can have higher accuracy for the evaluation of river velocity and discharge than the simple interpolation method.