

新しい two-way ネスティング手法の開発

二瓶泰雄*・町田佳隆**・佐藤慶太***・西村司****・灘岡和夫*****

ネスティング計算時における開境界条件処理などの数値計算上の問題を回避するために、二瓶ら（2000）により提案された新しい one-way ネスティング手法の考え方に基づいて、大領域と小領域間の相互作用過程を合理的に取り扱うことが可能な新たな two-way ネスティング手法を開発することを試みた。この新たな two-way ネスティング手法を、シンプルな地形条件における潮流シミュレーションに適用した。その結果、one-way 手法と比べて、小領域近傍のみならず大領域全体にわたり計算誤差が減少していることが確認されており、本 two-way 手法の基本的な有効性や汎用性が示された。

1. はじめに

様々な現地観測結果により、沿岸海域の水環境特性が広域スケールの外洋影響を大きく受けていることが明らかになりつつある。そのため、沿岸海域環境シミュレーションに際しては、外洋影響を合理的に取り入れることは極めて重要である。そのためには、領域サイズや空間解像度の異なる複数の計算領域を同時進行的に計算する、というネスティング手法は有効であり、これまでに様々な海水流動場に対して適用されている（例えば、Spall & Holland, 1991 ; Oey & Chen, 1992 ; Miyazawa & Minato, 2000 ; 二瓶ら, 2000 ; 八木ら, 2001）。

このネスティング手法は、開境界条件等を通して大領域計算結果を小領域計算に反映させる one-way 手法と、大領域計算結果を小領域計算に反映させつつ、小領域計算結果を大領域計算にフィードバックする two-way 手法、という二つの手法に分類される。このうち、two-way 手法に関しては、大領域の計算結果を小領域計算に入力する“Dynamic interface”と、反対に小領域計算結果を大領域へフィードバックさせる“Feedback interface”，という面をそれぞれ設け、その面を通して大領域・小領域間における相互干渉プロセスを考慮する形となっている。しかしながら、そこでは、開境界条件の取り扱いや上述した二種類の境界面の位置関係により計算結果が大きく変化する、等という問題が指摘されている（Zhang ら, 1986）。

そこで本研究では、大領域計算結果を合理的に小領域計算に反映させることが可能である新しい one-way ネスティング手法（二瓶ら（2000）、以下、前報と呼ぶ）の考え方に基づいて、大領域と小領域間の相互作用を合理的に取り扱い得る新たな two-way ネスティング手法を開発

することを試みる。次に、この新たな two-way ネスティング手法をシンプルな地形条件下における潮流計算に適用し、one-way 手法の計算結果との比較を通して、本 two-way 手法の基本的な有効性・適用性について検討する。

2. 新しい two-way ネスティング手法の概要

(1) 新しい two-way 手法の基本的な枠組み

著者らが前報にて提案している新しい one-way ネスティング手法では、水位や流速等の従属変数を大領域計算結果（同化成分）とそれからの偏差（変動成分）に分離する、という変数分離操作を行い、支配方程式系を再定式化している。具体的には、水位と流速を以下のように分離する。

$$\begin{aligned} u_s &= u_a + u_f \\ v_s &= v_a + v_f \\ \eta_s &= \eta_a + \eta_f \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 u, v は x, y 方向流速、 η は水位である。添え字 s, a, f は各変数における全成分、同化成分、変動成分をそれぞれ表している。このような変数分離操作により、大領域計算結果を小領域計算における開境界条件として与える、という従来のネスティング手法と比べて、新たな one-way ネスティング手法は大領域計算結果をより合理的に小領域計算に反映させることが可能となる。なお、小領域においては、同化成分は既に支配方程式を満足していることから、変動成分についてのみ解くこととなる。

一方、本研究において提案する新しい two-way ネスティング手法では、同様な考え方をを用いて、大領域計算と小領域計算の相互作用過程を取り扱うこととする。具体的には、大領域計算結果を小領域計算に反映させるときには、上述した前報と同じ考え方を適用し、小領域計算結果を大領域計算にフィードバックさせる際には、**境界面のみではなく小領域とオーバーラップする大領域全体にわたって小領域計算結果を反映させることとする。**

*	正会員	博（工）	東京理科大学講師	理工学部土木工学科
**		学（工）	東京理科大学大学院	理工学研究科土木工学専攻修士課程
***	学生会員	修（工）	東京理科大学大学院	理工学研究科土木工学専攻博士後期課程
****	正会員	工博	東京理科大学教授	理工学部土木工学科
*****	フェロー	工博	東京工業大学教授	大学院情報理工学研究科情報環境学専攻

これにより、大・小領域間における相互作用を合理的に取り扱うことが可能となり、開境界条件処理上の問題が解消されるものと考えられる。

(2) 本 two-way 手法の計算手順

上述した本 two-way 手法に関する具体的な計算フローを **図-1** に示す。ここでは、最も基本的なケースとして、大領域 (Grid1) と小領域 (Grid2) の2つの計算領域を設定し、基礎方程式を連続式と運動方程式とした場合を想定すると、実際の計算手順は以下の通りである。

- ① まず、大領域における数値計算を行う。
- ② 次に、大領域計算結果を同化成分として、小領域における変動成分を計算する。
- ③ 小領域計算により得られた連続式や運動方程式に含まれる各項を大領域の計算格子毎に空間平均する。
- ④ 小領域計算により得られた結果 (連続式・運動方程式中の各項) を取り込んだ形で大領域計算を再度行う。
- ⑤ 大領域・小領域の計算結果が収束するまで、②～④のプロセスを繰り返す。

なお、この①、②のプロセスに関しては、one-way ネスティング手法においても行っている。

このような大領域と小領域間の相互干渉過程は、**図-2** に示すように、各領域における時間刻み幅が通常異なるため、ここでは同一時刻となった時のみ行う。また、大領域計算結果を小領域計算に反映させる操作 (上記①、②) は、小領域計算の各ステップにおいて行う。そのときの同化成分に関しては、両計算領域が同一時刻及び位置となっていない場合には、大領域計算結果を時空間的に内挿した値を用いる。

(3) 各計算領域における方程式系

a) 基礎方程式

本論文における two-way ネスティング手法は、前報と同様に、浅水流モデルに組み込まれており、基礎方程式系としては、以下に示す平面二次元場における連続式 (式 (2)) と水平 (x, y) 方向運動方程式 (式 (3)) とする。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)u] + \frac{\partial}{\partial y} [(h + \eta)v] = 0 \quad (2)$$

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau_{sx}}{h + \eta} - \frac{\tau_{bx}}{h + \eta} + A_H \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3a)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\tau_{sy}}{h + \eta} - \frac{\tau_{by}}{h + \eta} + A_H \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3b)$$

ここで、 g は重力加速度 ($=9.80\text{m/s}^2$)、 f はコリオリパラ

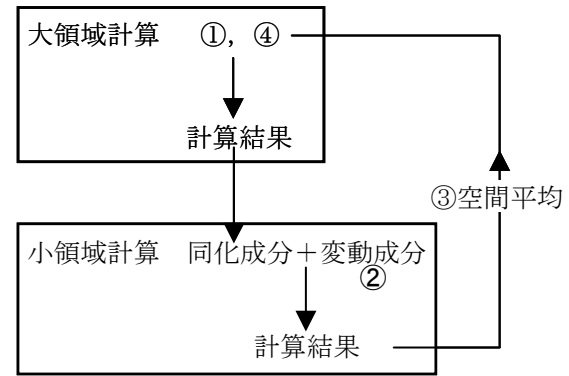


図-1 本 two-way 手法における計算手順

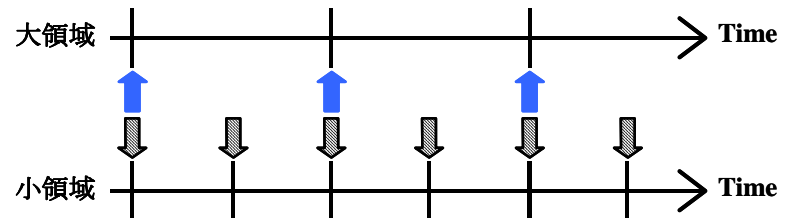


図-2 二つの計算領域間における相互干渉過程 (大領域と小領域の格子幅比が 2:1 の場合)

メータ、 A_H は水平拡散係数である。また、上式中の τ_s 、 τ_b は風応力項、底面摩擦項をそれぞれ表しており、添え字 x, y は作用方向を示している。

b) 小領域計算

このような基礎方程式を用いて、大・小領域計算で用いる式系を記述する。まず、小領域計算では、2.1で示した考え方に基づいて、以下に示す連続式と x 方向運動方程式を用いる。

$$\frac{\partial \eta_{2f}}{\partial t} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [(h_2 + \eta_2)u_2] \right\}_s - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [(h_2 + \eta_2)u_2] \right\}_a + \left\{ \frac{\partial}{\partial y} [(h_2 + \eta_2)v_2] \right\}_s - \left\{ \frac{\partial}{\partial y} [(h_2 + \eta_2)v_2] \right\}_a = 0 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_{2f}}{\partial t} + \left\{ u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right\}_s \\ & - \left\{ u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right\}_a - fv_{2f} \\ & = -g \frac{\partial \eta_{2f}}{\partial x} + \left\{ \frac{\tau_{sx2} - \tau_{bx2}}{h_2 + \eta_2} \right\}_s - \left\{ \frac{\tau_{sx2} - \tau_{bx2}}{h_2 + \eta_2} \right\}_a \\ & + \left\{ A_{H2} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) \right\}_s - \left\{ A_{H2} \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} \right) \right\}_a \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、括弧の添え字 s, a は全成分及び同化成分により表記される項を、各変数の添え字 2 は小領域 (Grid2) における値を、それぞれ表している。 y 方向運動方程式に関しては、 x 方向運動方程式と類似した形となるため、ここでは省略している。上記の水位と流速の変動成分に

関する式は、前報とは異なり、各項の評価に際して全成分による項から同化成分による項を差し引く形となっている。なお、連続式や運動方程式中の同化成分による各項を算出する際には、大領域計算により得られた速度や水位を小領域計算格子点上に空間内挿して、それを用いて各項を評価するのではなく、大領域計算において得られる各項を直接的に空間内挿した値を用いている。

c) 大領域計算

次に、本 two-way 手法において最も重要である、大領域計算における小領域計算結果の取り扱い方について記述する。まず、シンプルに小領域計算により得られた水位と流速を、大領域計算格子上において空間平均した値をそのまま大領域計算結果と置き換える、ということを試みた。その結果、この置き換え操作は連続式や運動方程式が満足されない形で実施されているため、物理的に不自然な計算結果が得られることが明らかとなった。そこでここでは、連続式と運動方程式を満足した形で小領域計算結果を大領域計算に反映させるために、小領域計算において得られた連続式・運動方程式中の各項を大領域の計算格子毎に空間平均する。それらの空間平均値を考慮した大領域における連続式と運動方程式（ x 方向）は、以下のとおりである。

$$\frac{\partial \eta_1}{\partial t} + (1-\alpha) \left(\frac{\partial}{\partial x} [(h_1 + \eta_1)u_1] + \frac{\partial}{\partial y} [(h_1 + \eta_1)v_1] \right) - \alpha \left\langle \frac{\partial \eta_2}{\partial t} \right\rangle = 0 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_1}{\partial t} + (1-\alpha) \left[u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} - fv_1 \right] \\ & = (1-\alpha) \left(-g \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\tau_{sx1} - \tau_{bx1}}{h_1 + \eta_1} + A_{H1} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \right) \right) \\ & + \alpha \left\langle \frac{\partial u_2}{\partial t} \right\rangle \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、各変数の添え字 1 は大領域（Grid1）における値を、 $\langle \rangle$ は Grid2 における値の空間平均操作を、各々示している。上式では、小領域計算結果を反映しつつ、大領域計算を適切に行うために、式中に含まれる各項の評価に際して、小領域計算結果を係数 α の割合で、大領域計算により取得される u_1, η_1 等により評価される項を $(1-\alpha)$ の割合で、それぞれ取り込んでいる。本論文では、 $\alpha = 0.5$ として計算している。

なお、上式では、小領域計算結果として $\langle \partial \eta_2 / \partial t \rangle$ と $\langle \partial u_2 / \partial t \rangle$ が含まれているため、連続式と運動方程式中における非定常項以外の項の影響が全て含まれることとなる。また、小領域計算結果を大領域計算格子内において空間平均する際には、本研究ではスタッガード格子を採

	格子	η	u	v
大領域	□	●	→	↑
小領域	□	○	→	↑

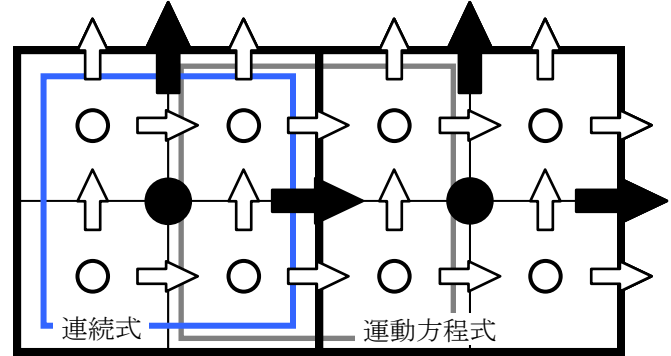


図-3 大領域計算格子上における小領域計算結果の空間平均範囲

用しているため、図-3に示しているように、運動方程式中の項に関しては周囲6点、連続式中の項に関しては周囲4点の結果を重み付け平均する。

3. シンプルな地形条件における潮流解析

(1) 計算条件

上述した本 two-way 手法の基本的な有効性を検討するために、シンプルな地形条件下における潮流場を対象としたネスティング計算を行う。ここでは、図-4に示しているように、大領域（30×30km、格子幅 1km）と小領域（16×16km、格子幅 500m）の二つの計算領域を設定し、計算領域中央に高さ一定の海底マウンドを設けている。水深はマウンド以外では 50m と一定とし、マウンド上については小領域では 10m、大領域では格子平均されるため 40m とした。また、海底マウンドの大きさは小領域では 1km×1km とし、大領域では同様に格子平均されるため 2km×2km としている。潮流条件としては周期 12 時間、振幅 0.7m、進行方向を南北方向となるように、南北端における境界条件を設定している。なお、ここでは、風応力、コリオリ力は考慮していない。

このような計算条件に対して、本 two-way 手法と、比較のために one-way 手法を適用し、ネスティング計算法を two-way 化することに伴う計算精度の向上について調べる。ここでの one-way 手法としては、図-1に示した計算手順のうち①、②のみを行っている。さらに、計算格子幅は小領域と等しく、計算領域は大領域と同じサイズの潮流計算（以下、reference 計算と呼ぶ）を別途行い、この reference 計算結果を正解として、one-way 手法と two-way 手法の計算精度を評価する。なお、two-way 手法に関して、初期条件の影響を考慮して、ここでは、計算

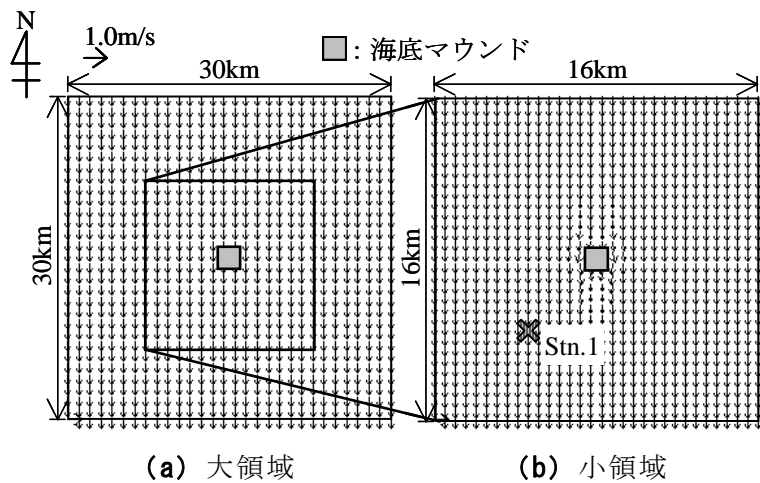


図-4 各計算領域と潮流パターン
($t=30\text{h}$, 下げ潮最大時)

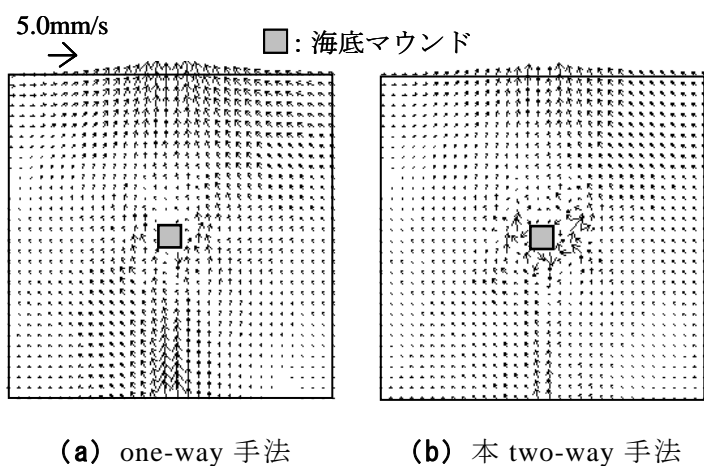


図-5 平面流速誤差パターン
(小領域, $t=30\text{h}$, 下げ潮最大時)

開始1周期後より適用している。

(2) 計算結果

図-4は、two-way ネスティング手法を用いた場合における大領域と小領域での流速ベクトルである。ここでは、下げ潮最大時(計算開始30時間後)の結果を示している。これを見ると、両領域ともに南下する流れが顕著となっており、また、小領域では、大領域の結果と比べて、海底マウンドを周りこむ流れがより明確に現れている。このような瞬間流速ベクトルについて、one-way 手法とtwo-way手法及びreference計算の結果を比べたところ、明瞭な差が見られなかった。そこで、両ネスティング手法による結果からreference計算結果を差し引いた誤差流速ベクトル($t=30\text{h}$)を図-5に示す。これを見ると、one-way手法の場合には、南北境界付近を中心に誤差流速が生じているのに対して、two-way手法の場合には、one-way手法の結果と比べると全体的に誤差が減少している様子がうかがえる。

このような両ネスティング手法の計算誤差について詳細に比較するために、海底マウンド南西側に位置するStn.1(図-4(b), 小領域)における誤差流速ベクトルの絶対値 Err の時間変化を図-6に示す。図中には、各

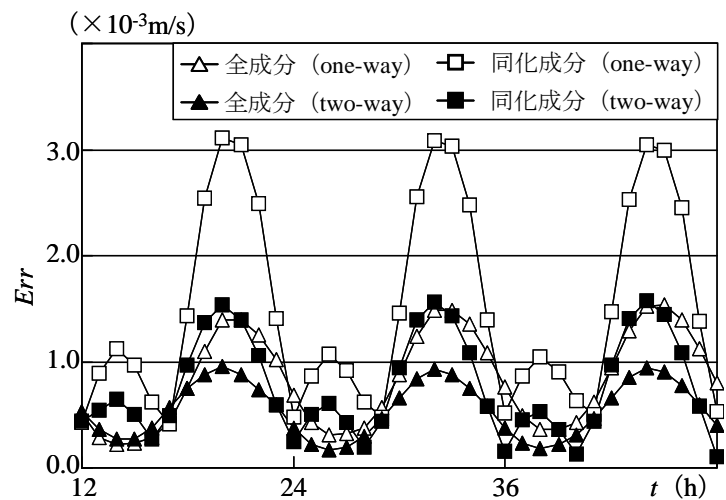


図-6 誤差流速ベクトルの絶対値
(one-way・two-way手法, Stn.1)

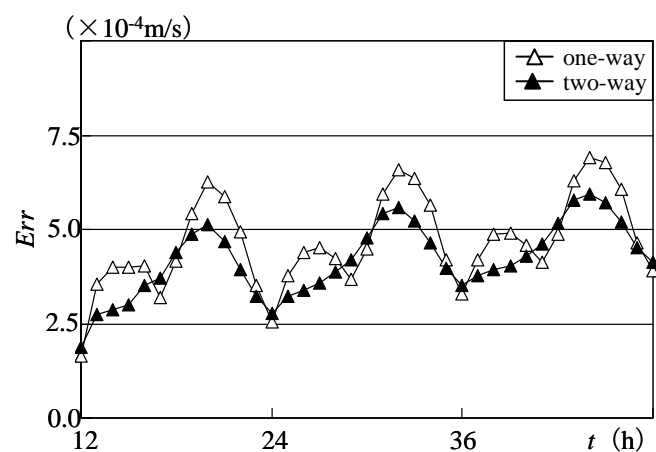


図-7 大領域における流速誤差の空間平均値
(小領域と重なっていない部分を対象)

ネスティング手法における同化成分(大領域計算結果)と全成分について、それぞれ示されている。これを見ると、one-way手法に関しては、同化成分よりも全成分の誤差値 Err の方が全般的に小さくなっている。これは、空間解像度とともに計算精度が向上していることを示唆しており、前報で提案している新しいone-way手法の基本的な有効性が確認できる。一方、two-way手法に関しては、one-way手法と同様に全成分の誤差流速の絶対値 Err は同化成分の値より小さくなることのみならず、両成分の値ともにone-way手法の結果よりも大幅に減少している。このような傾向は小領域内における他の場所においても確認されている。このようなことから、本two-wayネスティング手法を用いることにより、one-way手法で生じている計算誤差は軽減されており、本two-way手法の基本的な有効性や計算精度の向上が示された。

さらに、小領域計算結果が大領域計算へ与える影響を調べるために、大領域内の小領域と重なっていない部分を対象として誤差流速ベクトルの絶対値を求め、その空間平均値を図-7に示す。これを見ると、two-way手法の誤差値は、one-way手法の値よりも小さくなっており、

本 two-way 手法は one-way 手法よりも計算精度を向上させていることが分かる。このことから、**本 two-way 手法は、小領域近傍のみならず大領域全域にわたって計算誤差を減少させている**ことが明らかとなった。

4. 結論

前報において提案した one-way ネスティング手法の考え方をベースとして、大領域と小領域間における相互作用過程を合理的に取り扱い得る新しい two-way ネスティング手法を開発することを試みた。ここでは、大・小領域間での相互作用過程の取り扱いに際しては、小領域とオーバーラップする大領域全体にわたって小領域計算結果を反映させるようにしており、開境界条件処理上の問題が解消されるものと考えられる。このような two-way ネスティング手法の適用性を検討するために、シンプルな地形条件における潮流シミュレーションを行った。その結果、one-way 手法の計算結果と比較すると、本 two-way 手法の計算精度は、小領域近傍のみならず大領域全域にわたり向上しており、本 two-way 手法の基本的な有効性や妥当性が検証された。

謝辞：本研究の一部は、文部省科学研究費補助金基盤研究(B)(1) (課題番号：12450198, 代表者：灘岡和夫), (C)(2) (課題番号：13650573, 代表者：西村司) によるものである。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 二瓶泰雄・灘岡和夫・熊野良子 (2000) : 新たなデータ同化手法に基づく開放性沿岸域のネスティング手法の提案, 海岸工学論文集, Vol.47, No.1, pp.461-465.
- 八木宏・前田利光・宮澤泰正 (2001) : 海洋循環モデルを反映させた沿岸流動計算の試み, 海岸工学論文集, Vol.48, No.1, pp.441-445.
- Miyazawa, Y. and S. Minato(2000): POM and two-way nesting POM study of Kuroshio damping phenomenon caused by a strong wind, *J. Oceanography*, Vol.56, pp.275-294.
- Oey, L. and P. Chen(1992): A nested-grid ocean model: With application to the simulation of meanders and eddies in the Norwegian coastal current, *J. Geophys. Res.*, Vol.97, No.C12, pp.20063-20086.
- Spall, M. A. and W. R. Holland (1991): A nested primitive equation for oceanic applications, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol.21, pp.205-220.
- Zhang, D, H. Chang, N. L. Seaman, T. T. Warner and J. M. Fritsch

(1986): A two-way interactive nesting procedure with variable terrain resolution, *Monthly Weather Review*, Vol.114, pp.1330-1339.