

第18回 粘着力のある場合の土圧

龍岡 文夫*

1. はじめに

このテーマは、工学的には案外非常に複雑である。それは、第一に粘着力の原因が単純ではないためであり、第二に粘着力の主原因の1つであるサクシヨンの現場での実際の値と設計上の取扱い（通常ゼロとする）の間に相違があるからである。したがって、粘着力のある場合の土圧の理論式を理解することは必要だが、その式を不必要に用いないことが必要である。

自然地盤（地山）と人工地盤（盛土）が粘着力を持つのは次の3つの場合である。

ケース1：真の粘着力 c' がある場合：

- (a) 自然地盤で、堆積軟岩のように長期続成作用によって、また関東ロームの自然地盤のように火山活動に伴う熱の作用によって、粒子間が実際に固着している場合。
- (b) 擁壁の裏込め盛土をセメント混合などにより化学的に改良した場合。

ケース2：通常の擁壁の裏込め盛土のように、真の粘着力 c' はゼロであるが、サクシヨン（負の間隙水圧）による見掛けの粘着力が存在する場合。通常の設計では、このケースを扱う場合が最も多い。

ケース3：真の粘着力 c' も見掛けの粘着力も存在する場合。

以下、粘着力がある場合の主動土圧と受動土圧の求め方を、最も単純な場合（図-1）でRankine土圧理論¹⁾によって求める。次に、これらの式を実際の場合に適用する場合での留意点を述べる。

2. 理論的説明

真の粘着力 c' がゼロの土のせん断強度 τ_f は、次式で求まる。

$$\tau_f = \sigma' \cdot \tan \phi' \quad \cdots (1)$$

σ' は有効拘束圧であり、 ϕ' は有効応力で定義した内部摩擦角である。 c' がある場合は次式となる。

$$\tau_f = c' + \sigma' \cdot \tan \phi' \quad \cdots (2)$$

「大気圧をゼロとした間隙水圧 u 」がゼロであれば、 $\sigma' = \sigma$ （全応力）であり、式(2)は、

$$\tau_f = c' + \sigma \cdot \tan \phi' \quad \cdots (3)$$

となる。図-1のケース1は、式(3)が盛土全体で一様に成り立っている場合である。

一方、 $c' = 0$ でも、不飽和状態で間隙水圧 u が負である土で飽和度が高い場合には次式が近似的に成り立つ。

$$\text{全応力 } \sigma = \text{有効応力 } \sigma' + \text{間隙水圧 } u$$

$$= \text{有効応力 } \sigma' - \text{サクシヨン } S (= -u) \quad \cdots (4a)$$

$$\sigma' = \sigma - u = \sigma + S \quad \cdots (4b)$$

式(4b)を式(1)に代入すると、

$$\begin{aligned} \tau_f &= (\sigma + S) \cdot \tan \phi' = S \cdot \tan \phi' + \sigma \cdot \tan \phi' \\ &= c + \sigma \cdot \tan \phi' \quad \cdots (5a) \end{aligned}$$

となり、見かけの粘着力 $c = S \cdot \tan \phi'$ が発揮されている（図-2）。

なお、実際に不飽和土の圧密排水・排気せん断試験などによってせん断強度 τ_f を全応力 σ の関数として式(5b)を求めた場合、内部摩擦角 ϕ が「飽和土で求めた有効応力で定義した ϕ' の値」に等しくなり、また $c = S \cdot \tan \phi'$ が成り立つとは限らない。

$$\tau_f = c + \sigma \cdot \tan \phi \quad \cdots (5b)$$

式(5a)あるいは(5b)を適用した場合、 c は真の粘着力と区別するため粘着力係数と呼ぶ。

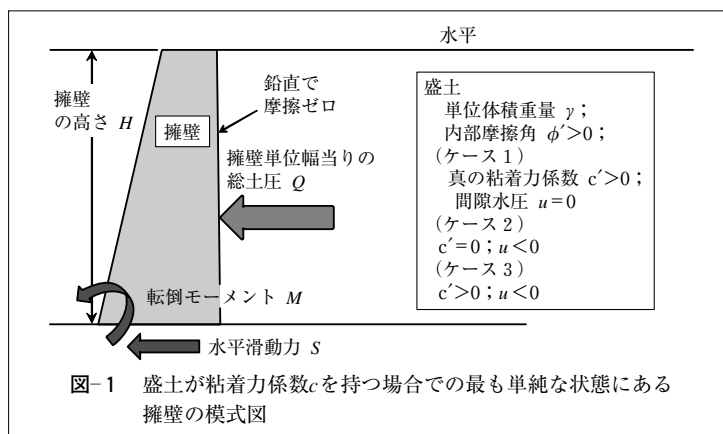


図-1 盛土が粘着力係数 c を持つ場合での最も単純な状態にある擁壁の模式図

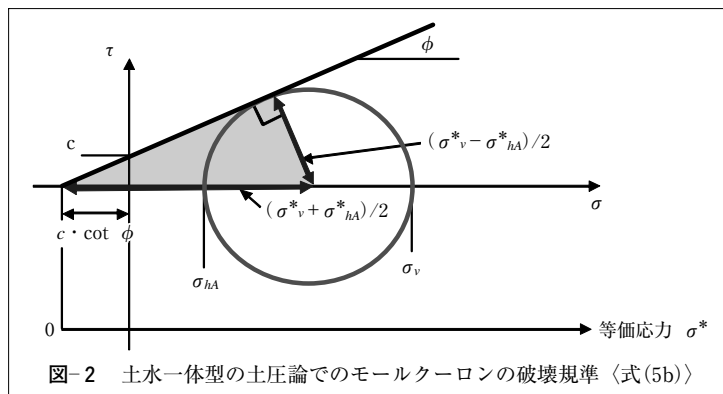


図-2 土水一体型の土圧論でのモールクーロンの破壊規準（式(5b)）

*TATSUOKA Fumio 東京理科大学 理工学部 土木工学科 教授、工博 | 千葉県野田市山崎2641

間隙水圧 u が存在している場合、擁壁などの構造物に作用する全応力で定義した水平土圧 $\sigma_h (= \sigma_h' + u)$ の求め方には、次の2つの方法がある。

- ・土水分離型：式(1)に基づいて土圧理論により有効応力で定義した水平土圧 σ_h' を求め、別途求めた間隙水圧 u と合計する。この方法は、地下水位以下の場合のように間隙水圧 u が正であり正確に推定できる場合に合理的である。しかし、地下水位より上の不飽和盛土のように間隙水圧 u が負であると、その測定と推定が難しい。また、式(5a)の妥当性が問題になる。
- ・土水一体型：式(5b)に基づいて下記のように全応力での土圧 σ_h を直接求める。この場合は、盛土内の間隙水圧 u を推定することなしに、「擁壁に作用する全水平力」としての水平土圧 σ_h を求められる。したがって、この方法は地下水位よりも上に位置してサクシオンが作用する盛土に対して便利である。

今、図-1の場合で、式(5b)が成り立つ場合での土水一体型の主働土圧 σ_{hA} を求める（ケース1では $c=c'$ 、 $\phi=\phi'$ となる）。図-2を参照して、等価応力〈式(6)〉を定義する。

$$\sigma_{hA}^* = \sigma_{hA} + c \cdot \cot \phi \quad \cdots (6a)$$

$$\sigma_v^* = \sigma_v + c \cdot \cot \phi \quad \cdots (6b)$$

図-2に示す三角形の幾何学から式(7)が得られる。

$$\sigma_{hA}^* = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \cdot \sigma_v^* = K_A \cdot \sigma_v^* \quad \cdots (7)$$

$K_A = (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi)$ は、式(5b)で $c=0$ の場合での主働土圧係数である。式(6a)と(6b)を式(7)に代入すると、盛土内の鉛直全応力は（ z は盛土内の深さ）であるので、若干の計算の後、

$$\sigma_{hA} = K_A \cdot \sigma_v - 2c\sqrt{K_A} = K_A \cdot \gamma \cdot z - 2c\sqrt{K_A} \quad \cdots (8)$$

が得られる。盛土内の粘着力係数 c が一樣である場合、式(8)の σ_{hA} を深さ z 方向に擁壁の高さ H まで積分すると、総主働土圧 Q_A が得られる。

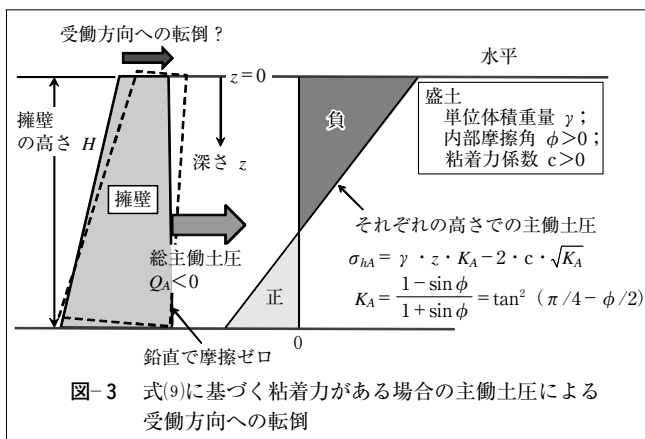


図-3 式(9)に基づく粘着力がある場合の主働土圧による受働方向への転倒

$$Q_A = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot K_A - 2 \cdot c \cdot H \cdot \sqrt{K_A} \quad \cdots (9)$$

γ は土の全単位体積重量である。ケース1（ $c'>0$ ； $u=0$ ，式(3)）の土水分離型での有効応力で定義した総土圧 Q_A は、式(9)で ϕ を ϕ' に c を c' に置換えた場合の Q_A の値である。盛土が地下水位以下に存在していて間隙水圧 u が正の場合での土水分離型での総水平土圧は、さらに γ を土の有効単位体積重量（水中単位体積重量） γ' に置換えて求めた Q_A に等しい。擁壁に作用する総水平荷重は、これに水圧を加えて求める。ケース3（ $c'>0$ ； $u<0$ ）の場合の総土水平土圧は、式(9)で c を $c'+S \cdot \tan \phi$ に置換えて得られる Q_A の値である。

式(9)と同様にして、土水一体型での総受働土圧は次式から求まる。

$$Q_p = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot K_p + 2 \cdot c \cdot H \cdot \sqrt{K_p} \quad (K_p = 1/K_A) \quad \cdots (10)$$

式(9)と式(10)は、土木技術者に馴染みの式であり、ほとんどの土質力学の教科書にも載っている。しかし、この式をケース2（ $c'=0$ ； $u<0$ ）とケース3（ $c'>0$ ； $u<0$ ）に対して実務で使用する場合には注意が必要である。特に、式(9)による主働土圧は晴天時での主働土圧を意味していて、通常の擁壁の設計ではこれよりも大きな主働土圧を想定する。その理由を以下で説明する。

3. 実測値と設計値の相違²⁾

今、図-3の擁壁を想定し、高さ $H=5$ m、不飽和盛土の条件を $\phi=35$ 度、真の粘着力 $c'=0$ 、間隙比 $e=0.8$ 、 $G_s=2.7$ 、飽和度 $S_r=80\%$ とする。全単位体積重量 γ_t は 1.86 gf/cm^3 （ 1.86 tonf/m^3 ）である。盛土内にサクシオンによる見掛けの粘着力 $c=0.15 \text{ kgf/cm}^2$ （ 1.5 tonf/m^2 ）が一様に発揮されているとする。これらの数値を式(9)に代入すると、

$$Q_A = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot K_A - 2 \cdot c \cdot H \cdot \sqrt{K_A} = 6.3 - 7.8 = -1.5 \quad (\text{tonf/m}) \quad \cdots (11)$$

と、負の Q_A が得られる。これは、「主働状態を想定しているのに、擁壁は盛土の方向に引張られる受働状態になっている」という矛盾を意味する。図-4(a)にこの場合の盛土内の応力状態を、図-4(b)に三つの深度 a 、 b 、 c でのモールの応力円を示す。式(8)において水平土圧 σ_{hA} がゼロになる限界深度 z_c は、 $2c / (\gamma_t \sqrt{K_A}) = 3.1 \text{ m}$ である。これよりも浅い位置での σ_{hA} は負である。これが発揮されるためには、擁壁背面と盛土の間で盛土内部と同様なサクシオンが発揮される必要がある。しかし、それは通常は期待できない（特に降雨時には）。すなわち、この状態は非現実的である。

図-5に示す状態は、図-4に示す状態よりも現実的で

ある。すなわち、仮に擁壁背面と盛土の間で盛土内部と同様にサクションが発揮できれば、総土圧 Q が0.0となった平衡状態が実現できる(図-5(a))。この場合、盛土は全高さにわたって主働破壊状態に至っていない(図-5(b), (c))。実際、多少の細粒分を含む盛土材を用いると、常時(晴天時)では自立して総土圧がゼロに近くなりうる。しかし、以下に説明するように、これも設計値としては正解ではない。

表-1は、道路・鉄道・宅地・農業施設などでの従来形式の擁壁および補強土擁壁で砂礫盛土材を用いた場合での、通常的设计法における「想定した異常時(豪雨と地震)への対処法」をまとめたものである。すなわち、

実務設計では構造物の使用期間中にあり得る最も危険な状態を想定する。この場合、豪雨時に盛土の飽和度が上昇してサクションが消滅すると想定し、式(5b)で $c = 0$ とした $\tau_f = \sigma \cdot \tan \phi$ に基づいて計算した主働土圧を設計土圧としている(図-6)。通常、盛土に十分な排水施設があることを前提として、豪雨時も正の過剰間隙水圧が発生しないとする。実際には、豪雨時でもサクションが残る場合は多いであろうが、その値は不安定で信頼した予測ができないことから、サクションを考慮した設計は通常行なわれない。また、盛土は完全に飽和していないであろうが、安全側として盛土は飽和状態に近いとして、実質的に飽和単位体積重量の

$$\gamma_t = \frac{G_s + e}{1 + e} \gamma_w$$

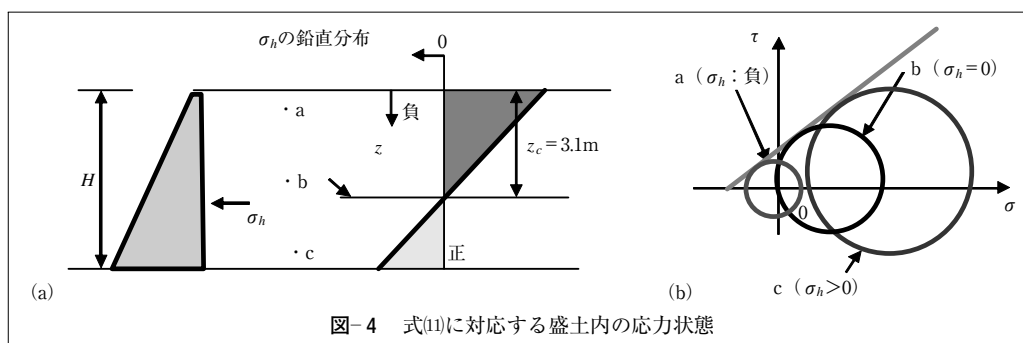


図-4 式(11)に対応する盛土内の応力状態

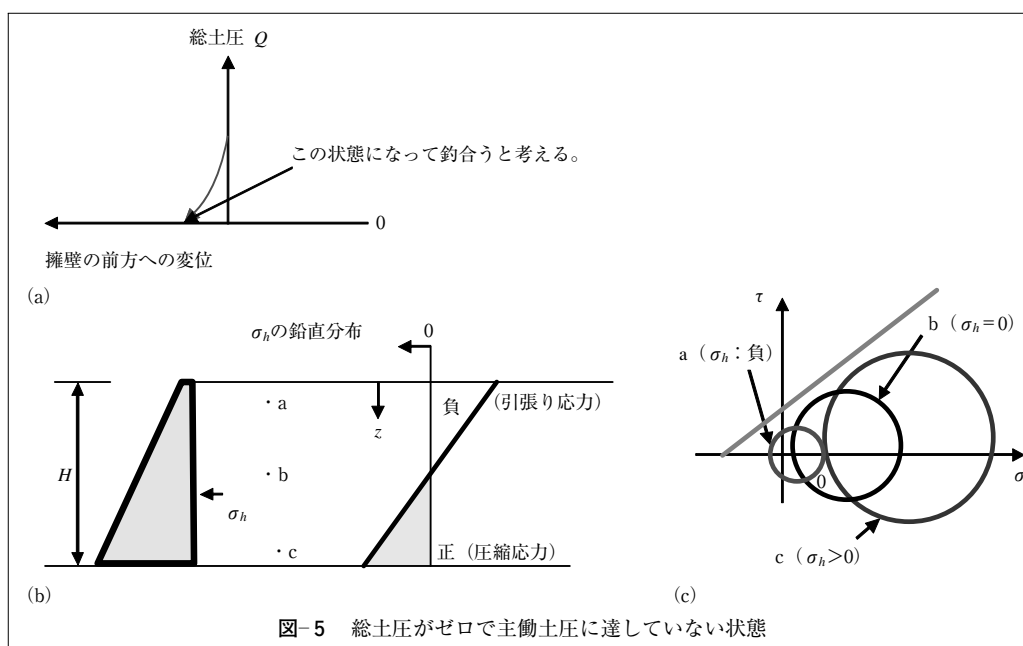
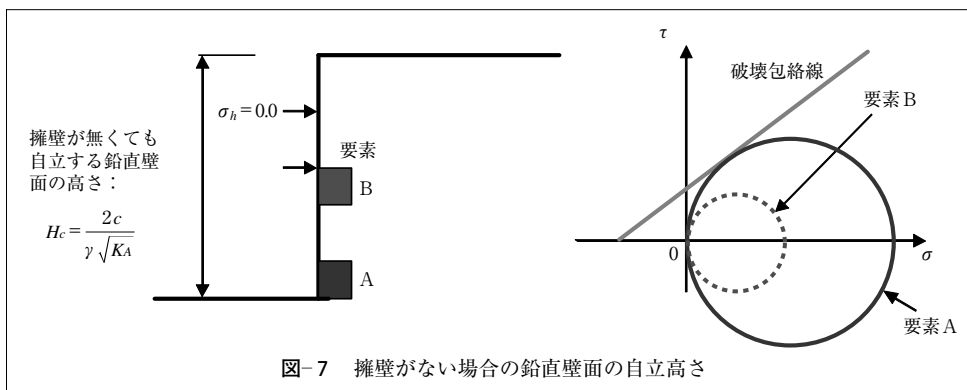
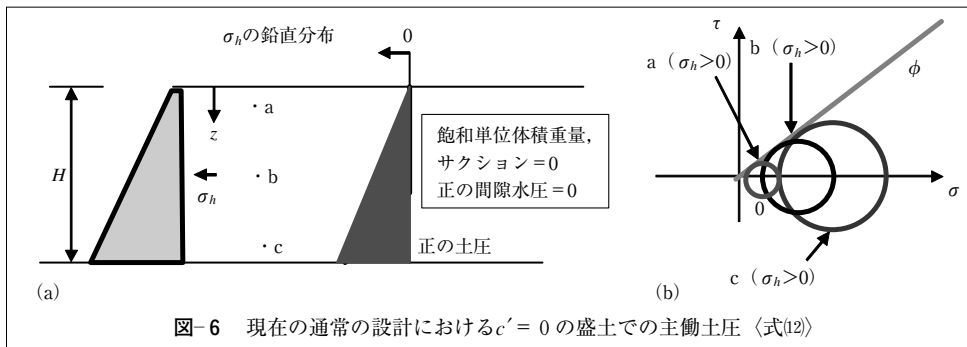


図-5 総土圧がゼロで主働土圧に達していない状態

表-1 擁壁構造物の常時実挙動と設計での想定(砂礫盛土材の場合)

常時実挙動(晴天・非地震時)	異常時	通常の設計における「想定した異常時への対処法」	考慮すべき点
盛土は不飽和(排水設備が十分であれば、サクションが作用し、強度が大きい)	豪雨 ¹⁾	所定の豪雨強度を想定: ・盛土は湿潤(～飽和単位体積重量), サクションゼロ ²⁾ ・飽和排水せん断	排水設備十分: 正の間隙水圧ゼロ 排水設備不十分: 正の間隙水圧の考慮が必要。この状態は避ける。
	地震	所定の地震荷重を想定 ³⁾ ・盛土は湿潤(～飽和単位体積重量), サクションゼロ ²⁾ ・飽和排水せん断, 単調載荷	設計地震荷重に課題(レベルⅡ?) この点で、豪雨の影響を一部考慮している。 通常は、非排水繰返し載荷の効果を考慮しない
	豪雨 + 地震	・盛土は湿潤(～飽和単位体積重量), サクションゼロ ²⁾ ・飽和非排水せん断	通常の設計では、この状態を特に想定しない(この想定は、よく締固め排水設備が十分なほど不要)
地震力ゼロ	豪雨 + 地震	・盛土は湿潤(～飽和単位体積重量), サクションゼロ ²⁾ ・飽和非排水せん断	通常の設計では、この状態を特に想定しない(この想定は、よく締固め排水設備が十分なほど不要)
よい締固め	豪雨, 地震	締固め度: 許容下限値と想定 ⇒ $\phi_{\text{design}} \sim \phi_{\text{res}}^4)$	高い締固め度を考慮する方法 ⇒ $\phi_{\text{peak}} + \phi_{\text{res}}$ で設計

注1): 地震力ゼロで豪雨状態が通常の設計での「常時」。ここでは常時(豪雨時)と呼ぶ。
注2)&3): これらの要因のため、地震力ゼロの常時(晴天時)での安全率は高くなる。
注4): この設計法では、実際にはよく締固めていれば、実際の安全率はその分高くなる。



を用いる。図-3の場合に対しては、

$$\gamma_t = \frac{2.7 + 0.8}{1 + 0.8} = 1.944 \text{ tonf/m}^3$$

である。したがって、常時（豪雨時・非地震時）に対する設計主働土圧として、次の総主働土圧が求まる。

$$Q_A = \frac{1}{2} \cdot \gamma_t \cdot H^2 \cdot K_A = 6.6 \text{ (tonf/m)} \dots\dots\dots(12)$$

以上のことから砂礫盛土材の場合は、常時（晴天時・非地震時）に擁壁に実際に作用している土圧，あるいは補強土擁壁での補強材に実際に作用している引張り力から推定した土圧は、このような設計値よりもはるかに小さくなる。つまり、常時（晴天時）に測定した土圧に基づいて設計土圧を設定することはしていない。

通常の擁壁では、粘性土を盛土材としては用いない。一方、不飽和の粘性土ではかなり大きなサクシオンが発生しうるので、晴天時で盛土が不飽和状態であると、仮に粘性土で裏込め盛土を建設した場合の主働土圧は相当小さくなる（自立する場合は、作用土圧はゼロになりうる）。しかし、やはりサクシオンは不安定であり正確な予測が難しく信頼できないことから、現在の段階では粘

性土盛土の場合も、通常の設計では上記の砂礫盛土の扱いと同様にサクシオンゼロとしておくのがよいであろう。

4. 自立高さ

真の粘着力，あるいはサクシオンによる見掛けの粘着力，あるいは両方がある場合，安定な剛な壁面が存在していて，全壁高において盛土が図-4に示すように主働応力状態に至っているとす。式(9)で $Q_A = 0$ となっている状態での擁壁の高さ H_c は $4c/(\gamma\sqrt{K_A})$ となる。しかし，盛土上方で擁壁背面と盛土との間で盛土内と同様な引張り水平応力が作用していることを前提としているが，上で述べ

たようにこの状態は非現実的である。したがって，擁壁が存在していても $H_c = 4c/(\gamma\sqrt{K_A})$ は危険側の設計値である。また，これは擁壁の存在を前提していることから，これは「擁壁が存在しない時の地山あるいは盛土の自立高さ」とは全く異なる。

図-7は，擁壁が存在せず，どの高さでも水平土圧 σ_h がゼロの場合での，鉛直面を持つ地山あるいは盛土の応力状態を示す。鉛直の崖面・壁面の最下端の要素Aが主働破壊状態に最も近い。今，主働応力状態にあるとすると，それより上方の土の要素は破壊状態に至っていない。要素Aにおける応力状態では，式(8)で $\sigma_{hA} = 0$ となる。この条件で式(8)を解くと，崩壊しない崖・鉛直面を持つ盛土の高さの限界（自立高さ） H_c として $2c/(\gamma\sqrt{K_A})$ が得られる。これは，上記の解 $4c/(\gamma\sqrt{K_A})$ の1/2になる。

■参考文献

- 1) 龍岡文夫：Coulomb土圧，基礎工，Vol. 38，No. 1，pp. 114～118，2010。
- 2) 龍岡文夫：土圧論と擁壁の原点を訪ねて，基礎工，Vol. 37，No. 6，pp. 15～22，2009。

連載初級講座「この式どうやってできたの？ どう使うの？」はこの度，最終回を迎え今回を最後に終了させていただきます。ご愛読いただきましてありがとうございました。……………〈基礎工〉編集委員会